

Metrologia

Dr hab. inż. Paweł Majda prof. ZUT

www.pmajda.zut.edu.pl

Paweł Majda

Szacowanie niepewności pomiaru

Wytyczne GUM



GUM - Guide to the expression of uncertainty in measurement

Paweł Majda

Paweł Majda

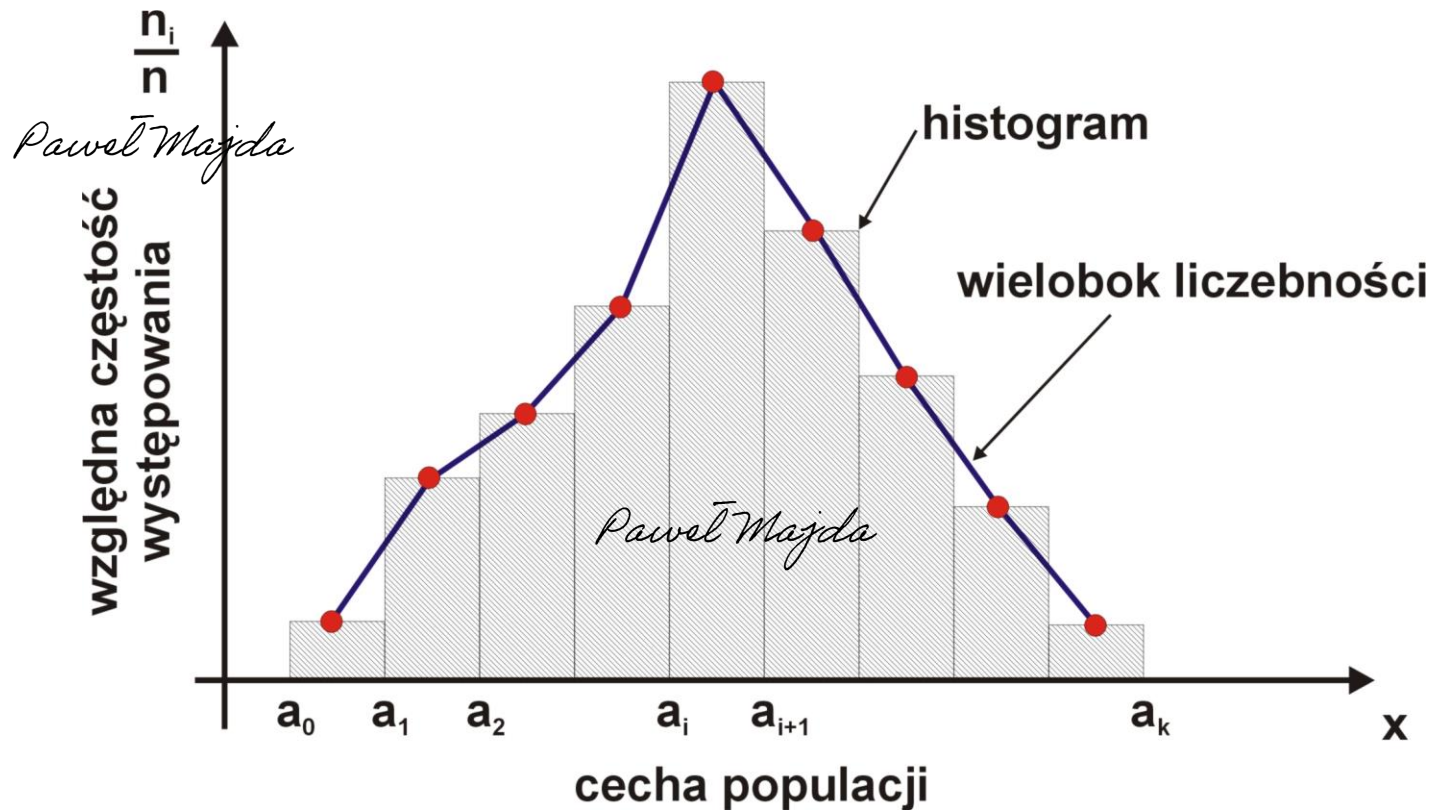


Paweł Majda

Wspólny Komitet ds. Przewodników w Metrologii

- JCGM 100:2008 Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurement.
- JCGM 101:2008 Evaluation of measurement data – Supplement 1 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” – Propagation of distributions using a Monte Carlo method.
- JCGM 102:2011 Evaluation of measurement data – Supplement 2 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” – Extension to any number of output quantities.
- JCGM 103:???? Evaluation of measurement data – Supplement 3 to the "Guide to the expression of uncertainty in measurement" – Modelling (ISO/IEC Guide 98-3-3)
- JCGM 104:2009 Evaluation of measurement data – An introduction to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” and related documents.
- JCGM 105:???? Evaluation of measurement data – Concepts and basic principles (ISO/IEC Guide 98-2)
- JCGM 106:2012 Evaluation of measurement data – The role of measurement uncertainty in conformity assessment.
- JCGM 107 – Evaluation of measurement data – Applications of the least-squares method (ISO/IEC Guide 98-5)
- JCGM GUM-6:2020 Guide to the expression of uncertainty in measurement – Part 6: Developing and using measurement models.
- PKN-ISO/IEC Guide 99. Międzynarodowy słownik metrologii. Pojęcia podstawowe i ogólne oraz terminy z nimi związane (VIM).

Histogram oraz wielobok liczebności zmiennej losowej



jeżeli przedziały klas $\rightarrow 0$ oraz $n \rightarrow \infty$ to wielobok liczebności $\rightarrow$ krzywej rozkładu prawdopodobieństwa

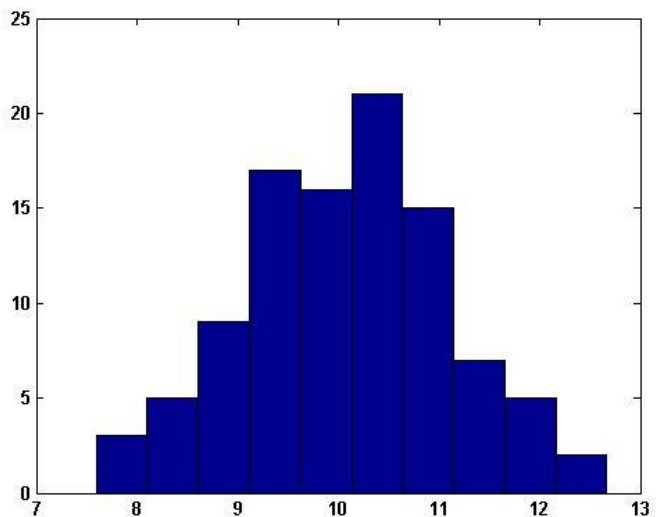
Paweł Majda

Rozkład normalny

$$\mu=10, \sigma=1$$

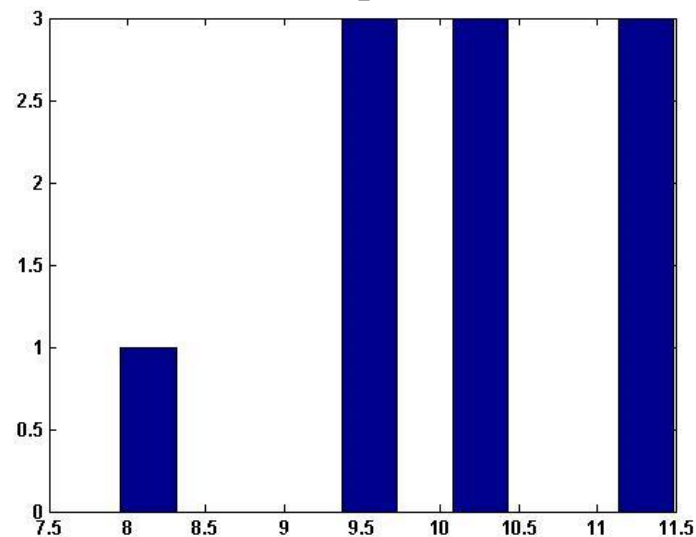
Paweł Majda

- Liczba próbek 100

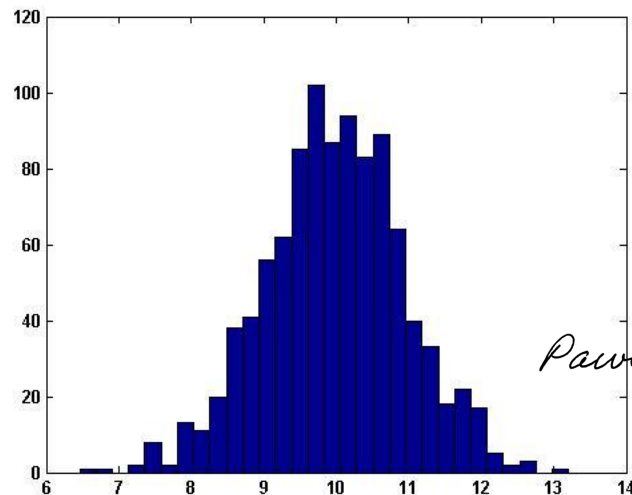


Paweł Majda

- Liczba próbek 10



- Liczba próbek 1000



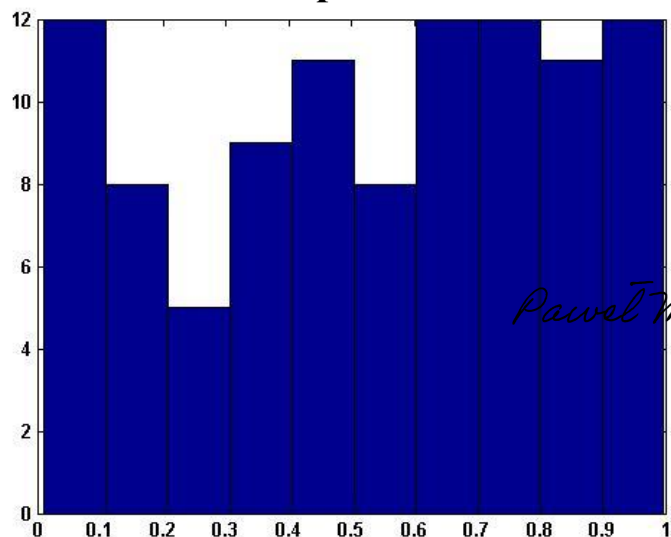
Paweł Majda

Rozkład prostokątny

$\mu=0.5$, Rozstęp=1

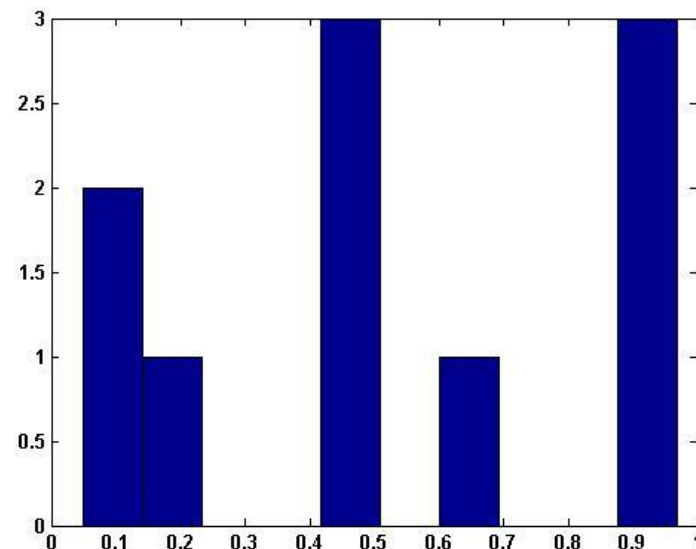
Paweł Majda

- Liczba próbek 100

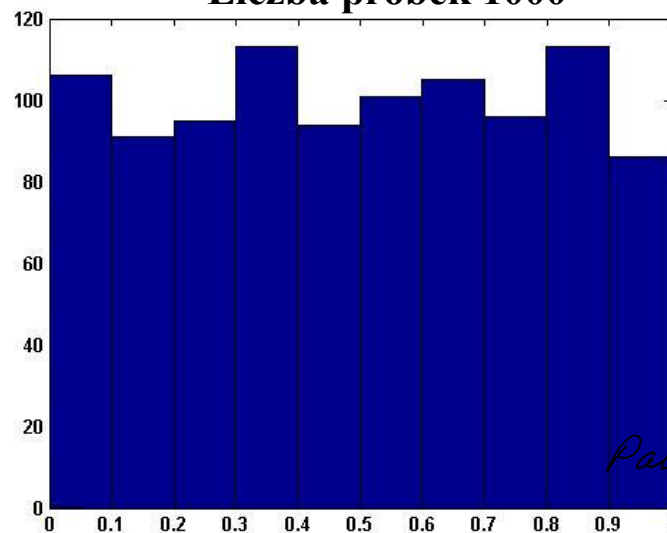


Paweł Majda

- Liczba próbek 10



- Liczba próbek 1000



Paweł Majda

Rozkład Weibulla

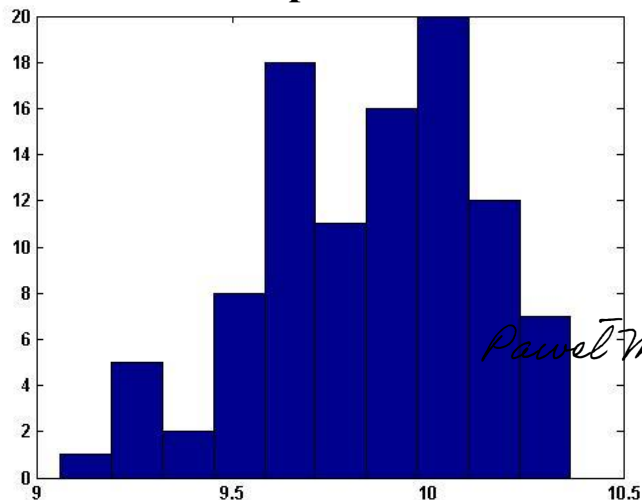
$\lambda=10$ – parametr skali

$k=40$ – parametr kształtu

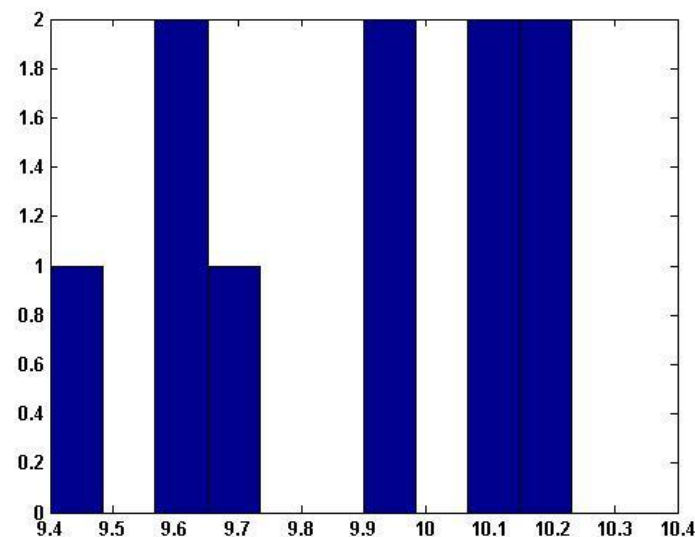
Dla $k=3.4$ przypomina rozkład normalny

Paweł Majda

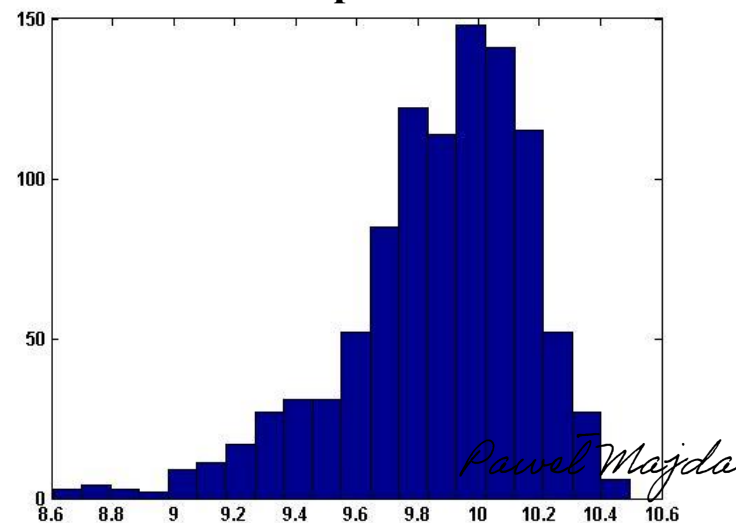
- Liczba próbek 100



- Liczba próbek 10



- Liczba próbek 1000



Rozrzut wyników pomiarów – pojęcie odchylenia standardowego

mi = 20; % wartość oczekiwana
n=50; % liczba pomiarów

%% przykładowa realizacja
dane = mi+randn(n,1);

subplot(2,1,1)
histfit(dane)
xlim([16 23])
[mean(dane) std(dane) std(dane)/sqrt(n)]

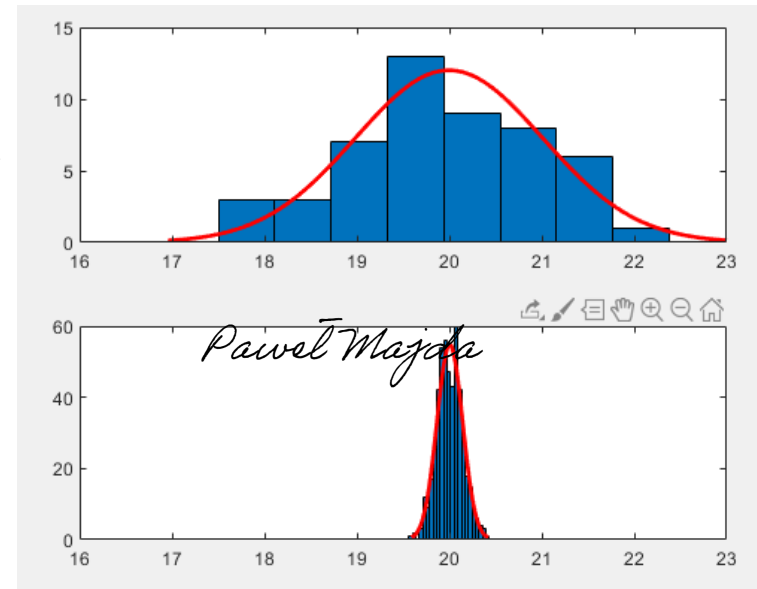
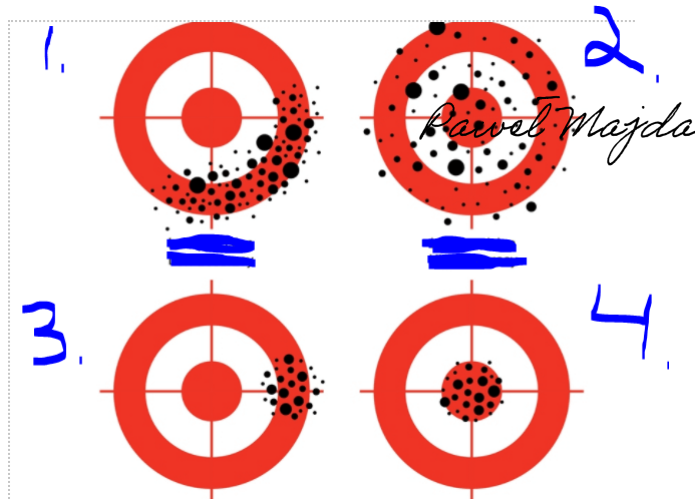
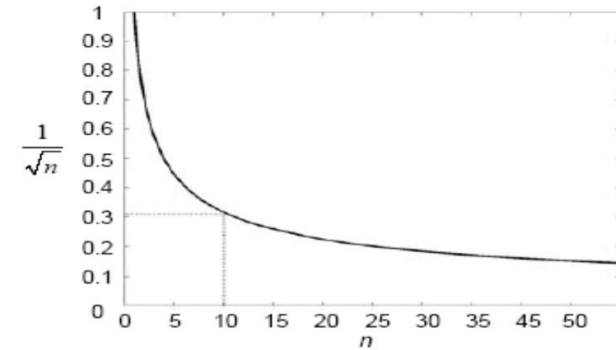
%% powtórzenie eksperymentu m razy
m=500;
for i=1:m
dane = mi+ randn(n,1);
A(i,:) = mean(dane);
end

subplot(2,1,2)
histfit(A)
xlim([16 23])
[mean(A) std(A)]

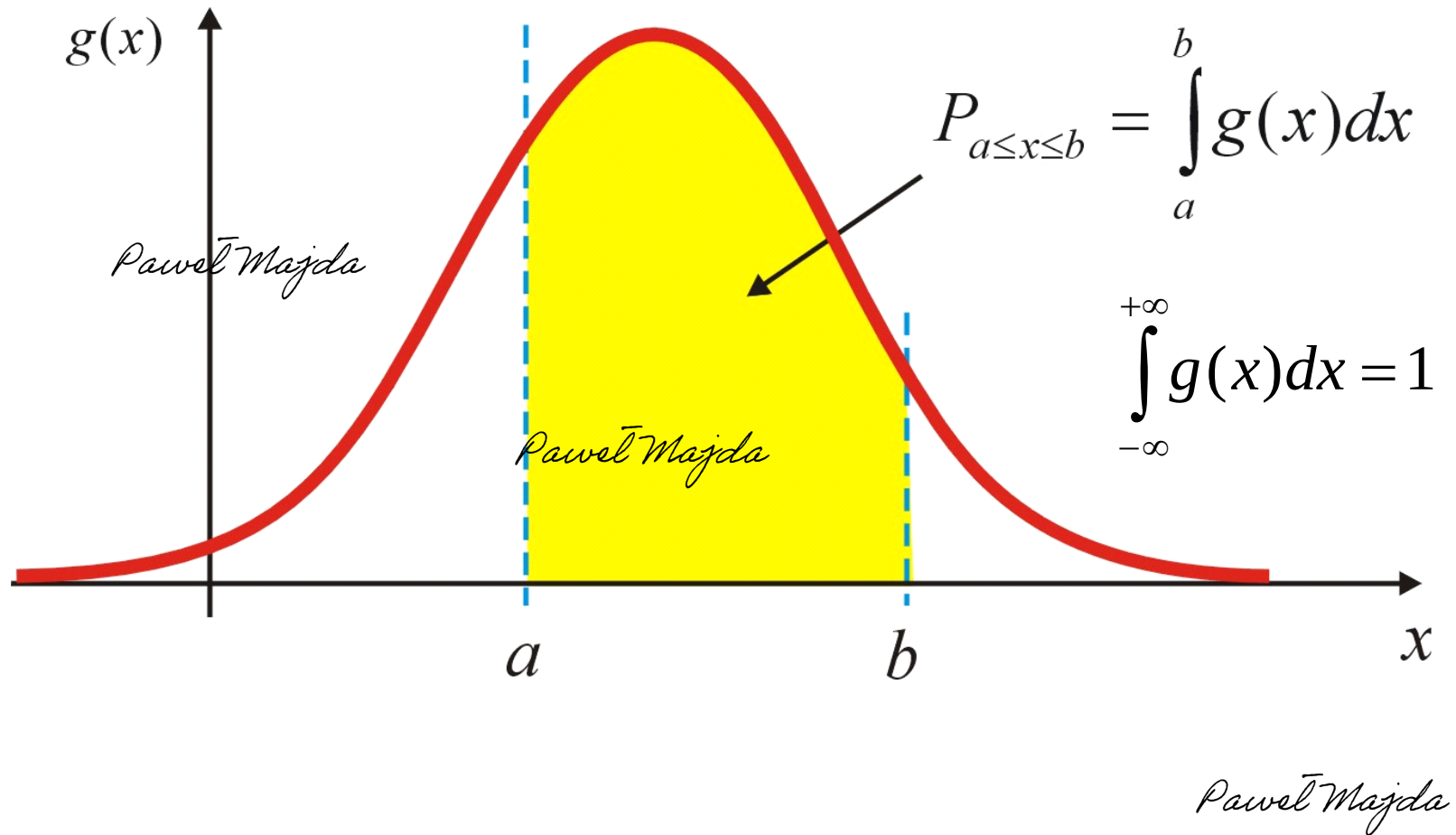
$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x})^2}$$

$$\hat{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x})^2}$$

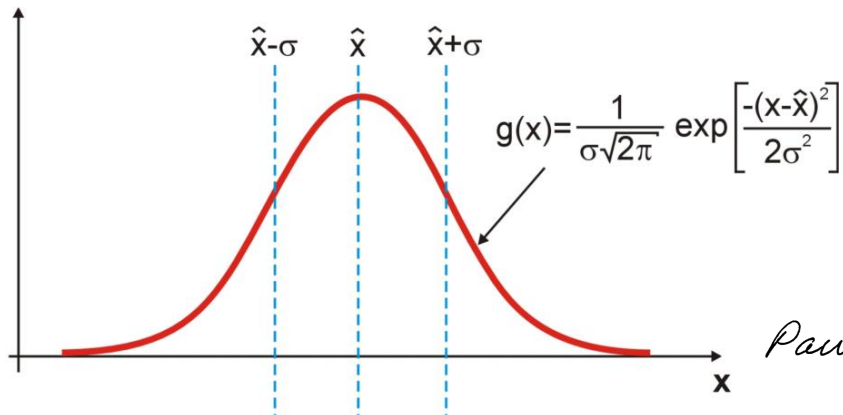


Interpretacja graficzna prawdopodobieństwa wystąpienia cechy populacji o dowolnym rozkładzie prawdopodobieństwa w przedziale $\langle a, b \rangle$



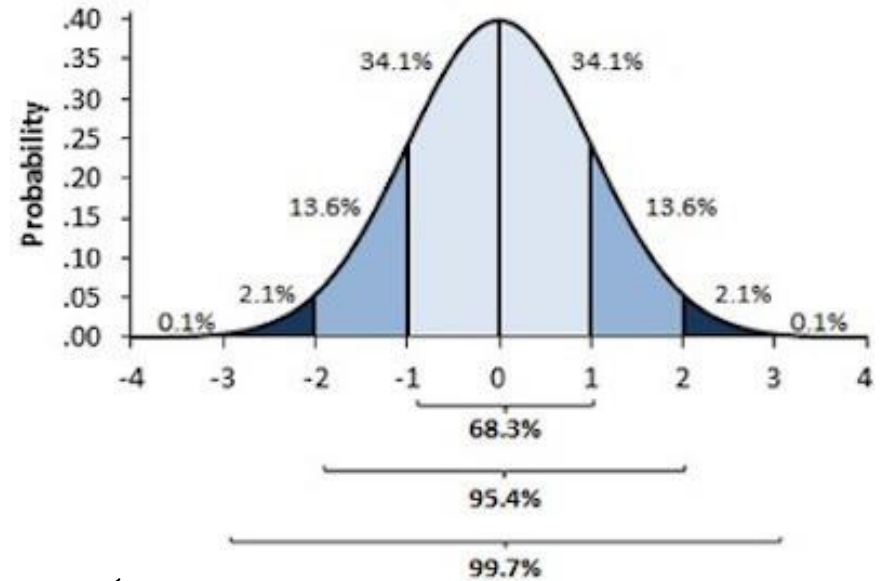
Rozkład normalny i normalny standaryzowany

Paweł Majda



$$\hat{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x})^2}$$

Paweł Majda



$$P_{\hat{x}-\sigma \leq x \leq \hat{x}+\sigma} = \int_{\hat{x}-\sigma}^{\hat{x}+\sigma} g(x) dx = 0,6827$$

$$P_{\hat{x}-2\sigma \leq x \leq \hat{x}+2\sigma} = \int_{\hat{x}-2\sigma}^{\hat{x}+2\sigma} g(x) dx = 0,9545$$

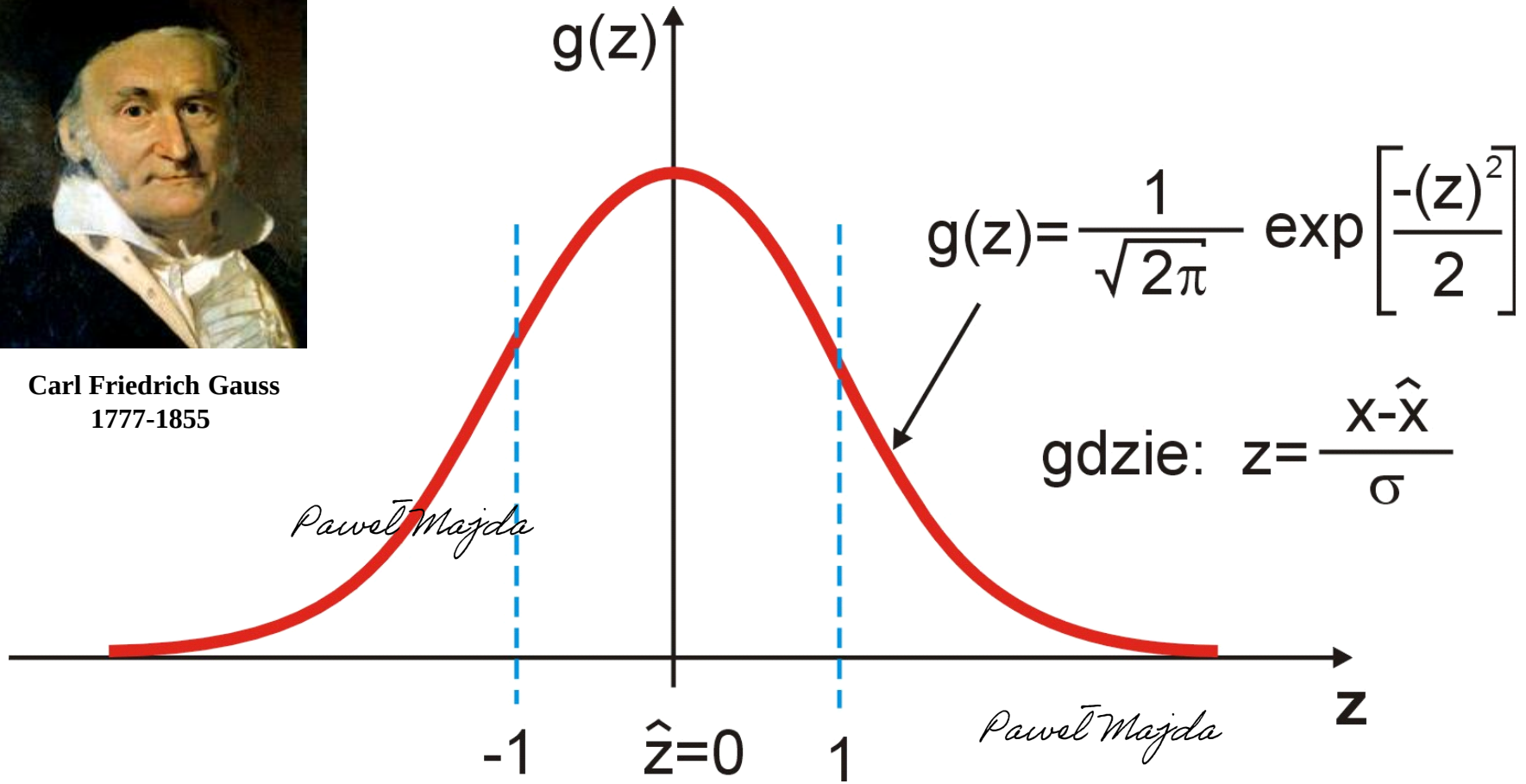
$$P_{\hat{x}-3\sigma \leq x \leq \hat{x}+3\sigma} = \int_{\hat{x}-3\sigma}^{\hat{x}+3\sigma} g(x) dx = 0,9973$$

Paweł Majda

Standardowy (standaryzowany) rozkład normalny $N(0,1)$

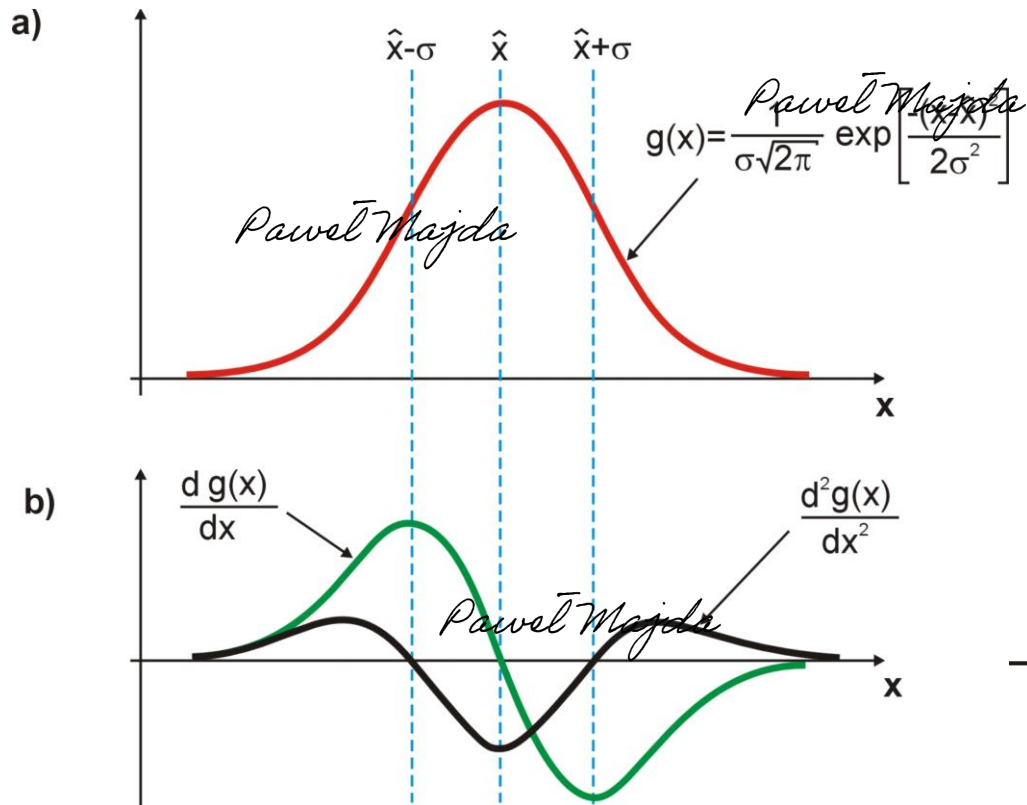


Carl Friedrich Gauss
1777-1855



Odchylenie standardowe i jego wpływ na kształt krzywej Gaussa

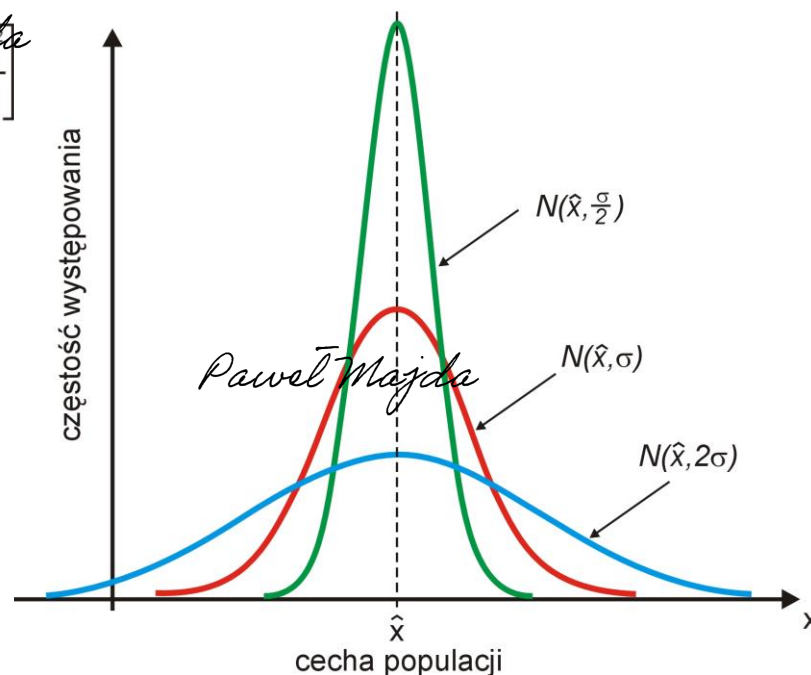
Graficzna interpretacja odchylenia standardowego dla rozkładu normalnego



a) krzywa rozkładu normalnego

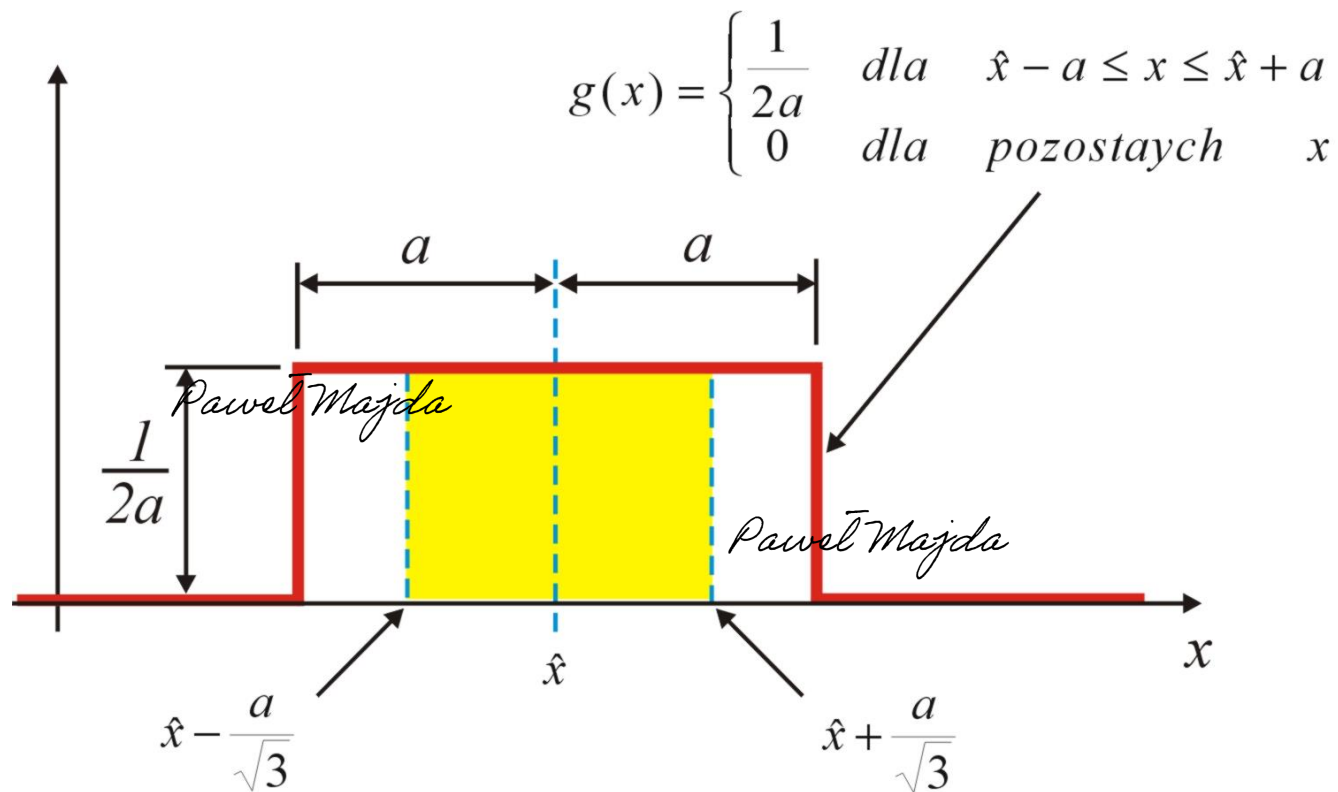
b) pierwsze i drugie różniczkowanie krzywej rozkładu normalnego

Wpływ wartości odchylenia standardowego na kształt krzywej rozkładu normalnego



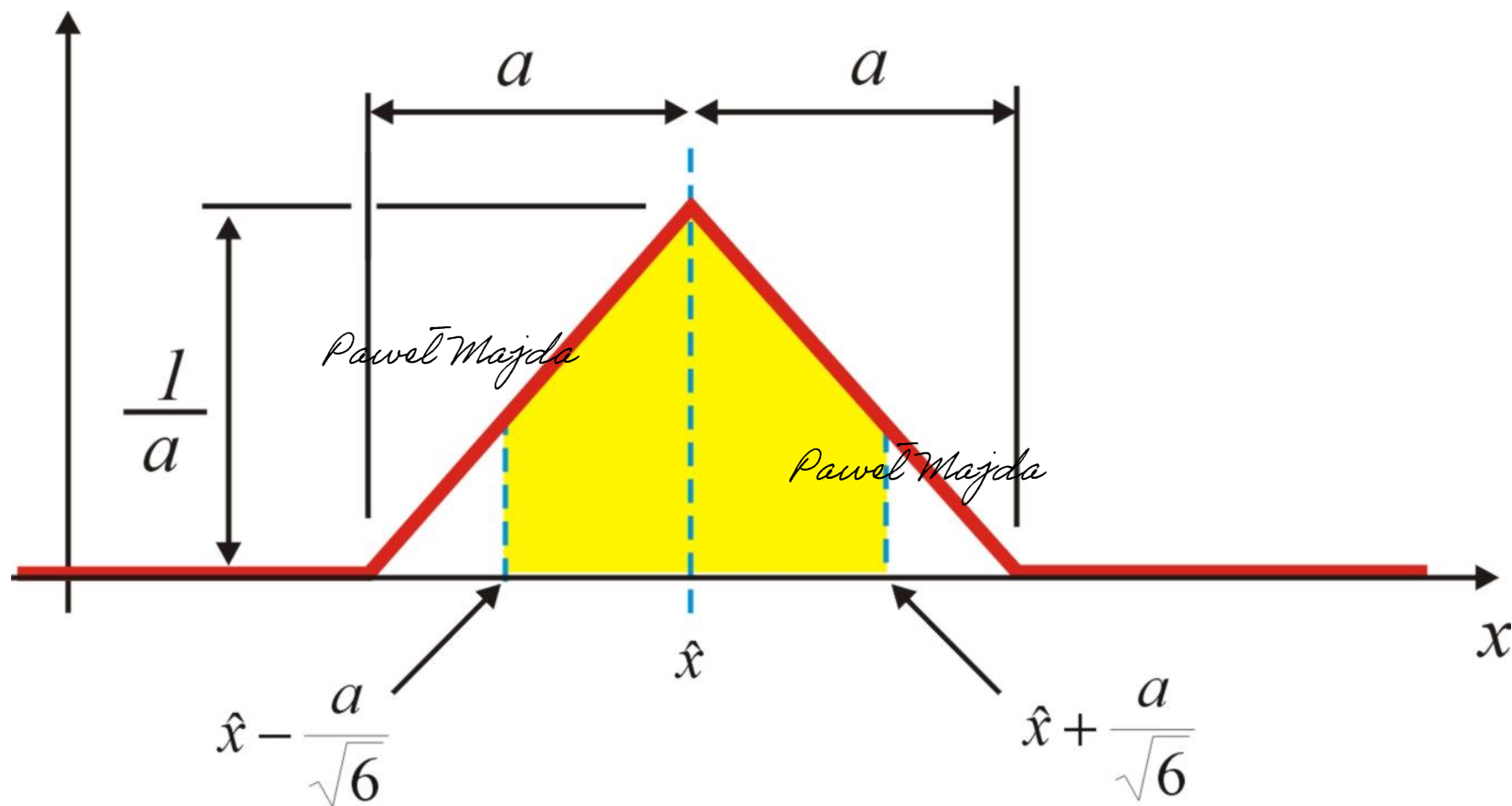
$$\hat{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x})^2}$$

Krzywa rozkładu jednostajnego (równomiernego, prostokątnego)

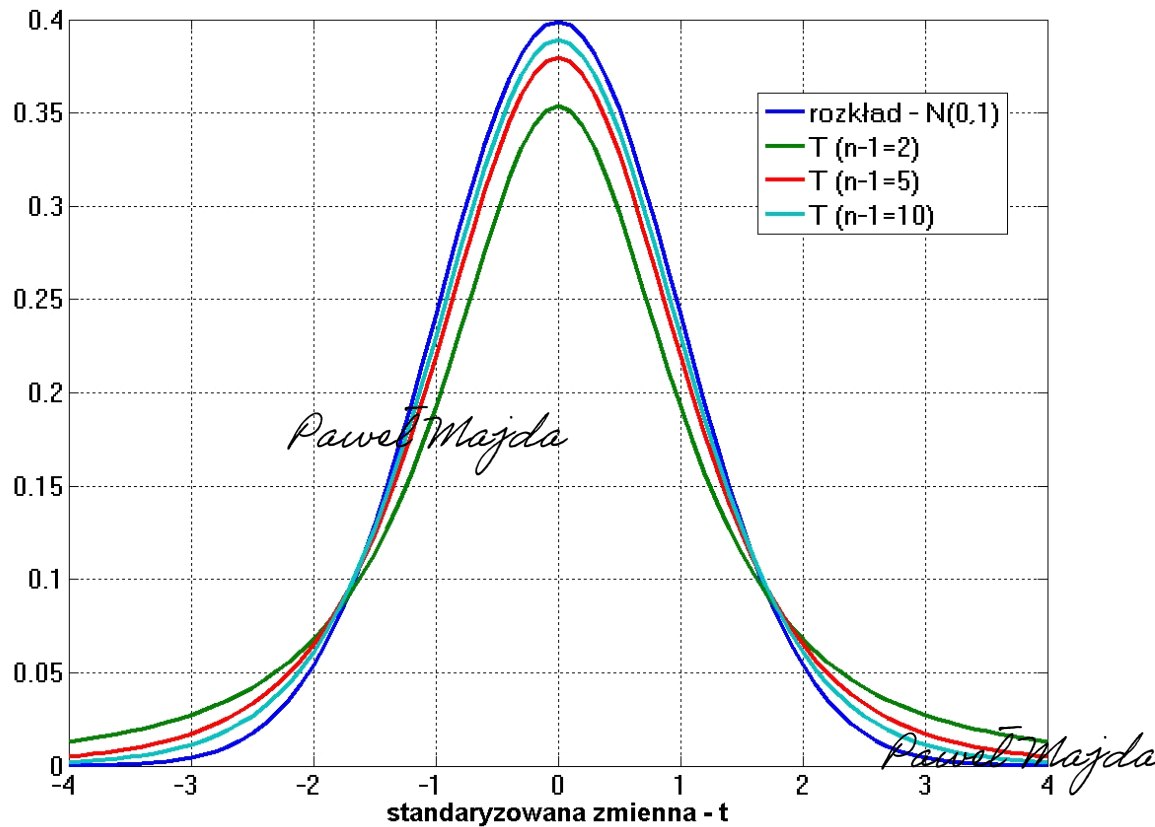


Rozkład prostokątny wykorzystywany jest często do szacowania niepewności standardowej metodą typu B dla granicznego błędu dopuszczalnego przyrządu pomiarowego *MPE* (ang. *maximum permissible error*). Przyjmuje się wówczas $a=|MPE|$ oraz

Krzywa rozkładu trójkątnego



Rozkład t-Studenta dla $n-1=2, 5$ i 10 stopni swobody oraz rozkład $N(0,1)$



William Sealy Gosset, 1876-1937
(pseudonim Student)

$t_{1-\alpha/2, n-1}$ - wartość statystyki t-Studenta,
 α - poziom istotności,
 n - liczba pomiarów,
 $n-1$ - liczba stopni swobody.

Rozrzut wyników pomiarów korygujemy przemnażając odchylenie standardowe średniej przez wartość statystyki t-Studenta

$$\text{Wynik pomiaru} = \hat{x} \pm t \cdot \hat{\sigma}$$

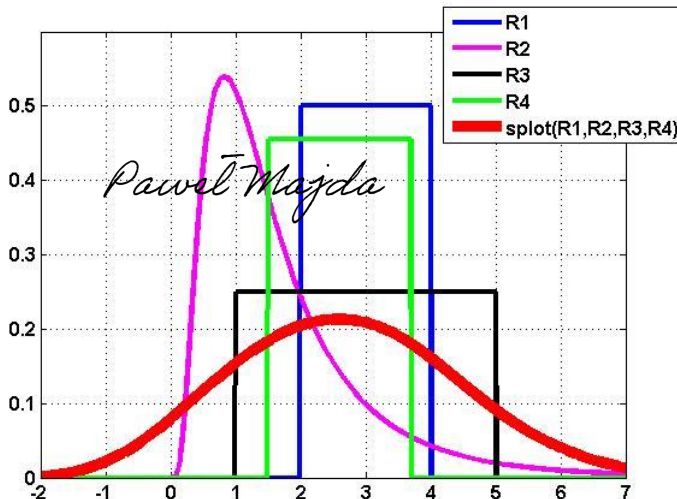
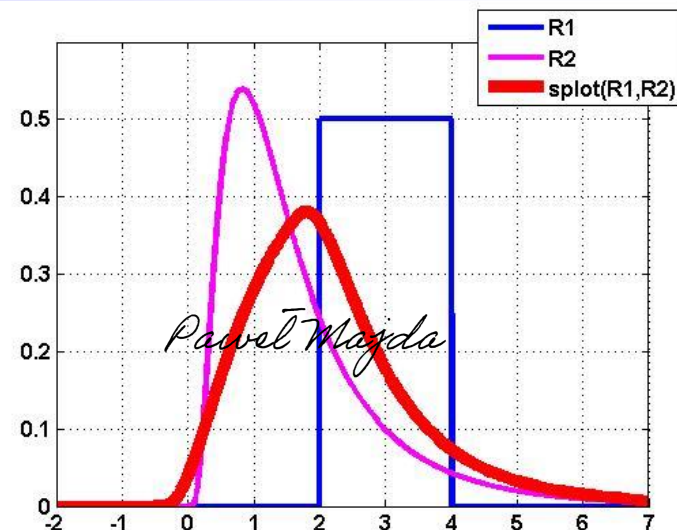
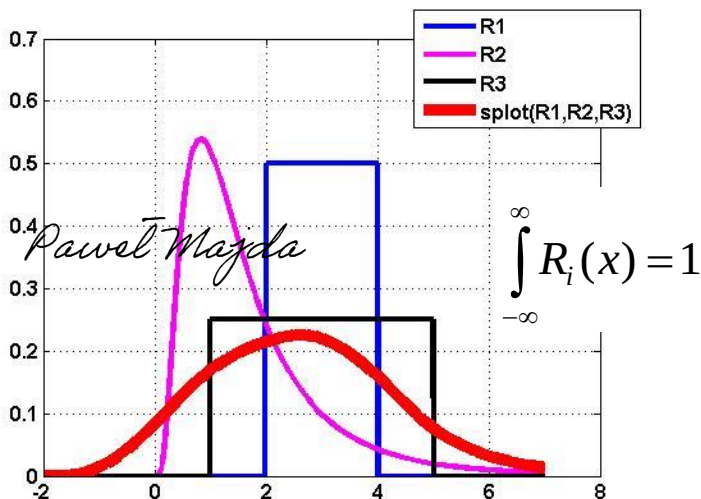
Centralne twierdzenie graniczne rachunku prawdopodobieństwa

Jedno z najważniejszych twierdzeń rachunku prawdopodobieństwa, uzasadniające powszechne występowanie w przyrodzie rozkładów zbliżonych do rozkładu normalnego.

Jeżeli $Y = c_1 \cdot X_1 + c_2 \cdot X_2 + \dots + c_n \cdot X_n = \sum_{i=1}^n c_i \cdot X_i$

i wszystkie X_i mają rozkłady normalne, to rozkład Y także jest normalny. Jednakże nawet jeżeli rozkłady X_i nie są normalne to rozkład Y , na mocy CTG, można aproksymować rozkładem normalnym (przy założeniu, że zmienne X_i są niezależne).

Na podstawie CTG można w wielu sytuacjach zakładać, że zmienna losowa, którą jesteśmy właśnie zainteresowani, ma rozkład normalny.



Podstawowe definicje



2. Źródła i rodzaje błędów pomiarowych

Każdy pomiar wielkości fizycznej dokonywany jest ze skończoną dokładnością, co oznacza, że wynik tego pomiaru dokonywany jest z niepewnością pomiarową, zwaną błędem pomiaru. Fakt

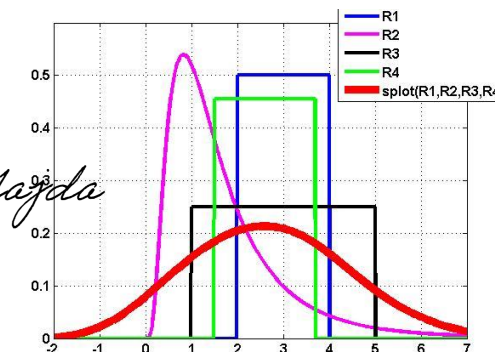
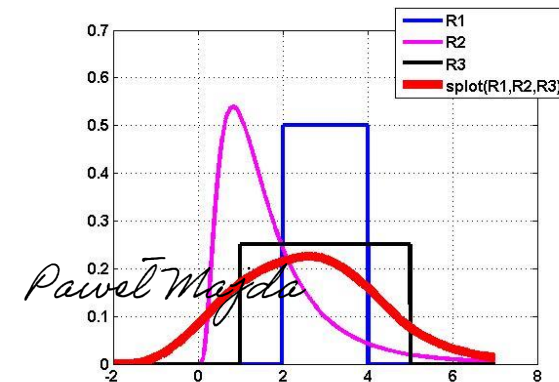
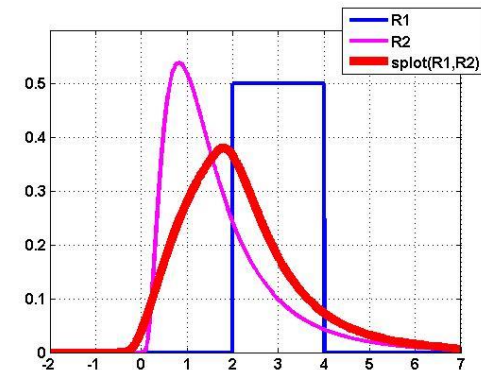


Paweł Majda

- Błąd a niepewność
- Wartość prawdziwa wielkości mierzonej
- PDF
- Odchylenie standardowe w tym średniej
- Dlaczego „ σ ” a nie „ σ^2 ”
- Dokładność, precyzja
- Pomiar bezpośredni
- Błąd systematyczny
- Mezurand
- Konsekwencje CTG a niepewność pomiaru



Paweł Majda



Paweł Majda

Niepewność pomiaru – to parametr związany z wynikiem pomiaru, charakteryzujący rozrzut wartości, który w uzasadniony sposób można przypisać wielkości mierzonej

Ocena liczbowa niepewności będzie różna w zależności od przyjętej definicji mesurandu i metody szacowania

Niepewność standardowa (ang. *standard uncertainty*) – niepewność wyniku pomiaru wyrażona przez odchylenie standardowe.

$$u = \sigma$$

Złożona niepewność standardowa (ang. *combined standard uncertainty*) - to niepewność standardowa wyniku pomiaru, określana, gdy wynik ten jest zależny od wielu wielkości składowych, równa pierwiastkowi kwadratowemu z sumy wyrazów będących wariancjami lub kowariancjami innych wielkości z wagami zależnymi od tego jak wynik pomiaru zmienia się wraz ze zmianami tych wielkości.

$$u_c = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u(x_i)^2 + 2 \cdot \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial x_j} \right) \cdot u(x_i, x_j)}$$

 To także jest odchylenie standardowe

Niepewność rozszerzona (ang. expanded uncertainty) – to wielkość określająca przedział wokół wyniku pomiaru, od którego to przedziału oczekuje się, że **obejmuje dużą część rozkładu wartości**, które w uzasadniony sposób można przypisać wartości wielkości mierzonej.

$$U = k \cdot u_c$$

gdzie: k – **współczynnik rozszerzenia**, zastosowany jako mnożnik złożonej niepewności standardowej w celu otrzymania niepewności rozszerzonej, zwykle $2 \leq k \leq 3$

Jeżeli brak jest specjalnych wymagań przyjmuje się $k=2$ co odpowiada prawdopodobieństwu rozszerzenia ponad $P=95\%$.

~~Wiarygodny wynik pomiaru jest reprezentowany przez przedział wyznaczony na określonym poziomie ufności~~

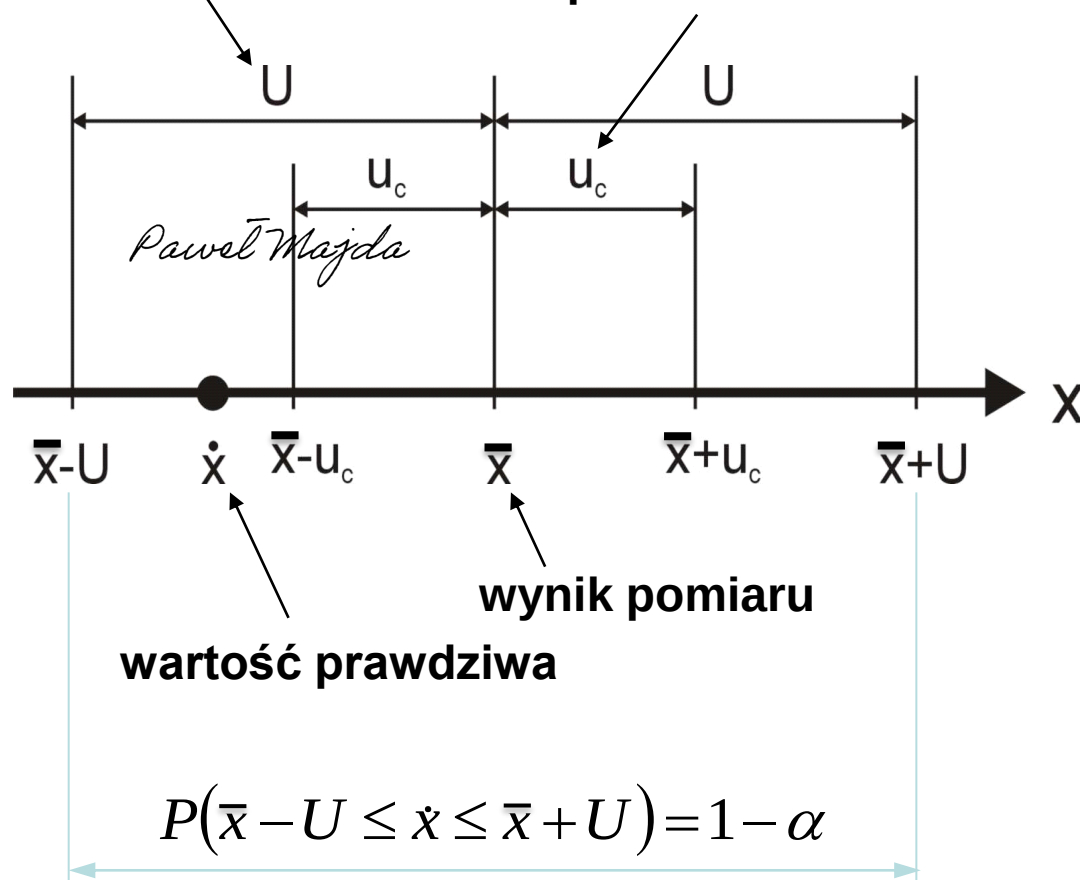
Wiarygodny wynik pomiaru jest reprezentowany przez **przedział rozszerzenia** wyznaczony dla określonego **prawdopodobieństwa rozszerzenia**

$$P(\hat{x} - U \leq \hat{x} \leq \hat{x} + U) = 1 - \alpha$$

Graficzna interpretacja niepewności pomiaru

niepewność rozszerzona

złożona niepewność standardowa



Wiarygodny wynik pomiaru
jest zawarty w przedziale
rozszerzenia.

Gdzie: $1 - \alpha$ jest
prawdopodobieństwem
rozszerzenia.

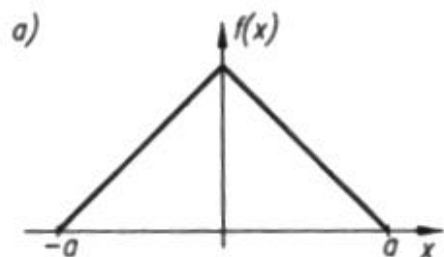
Metoda typu A (ang. *type A evaluation of uncertainty*).

**Jest to metoda obliczania niepewności za pomocą
analizy statystycznej serii pojedynczych
obserwacji.**

Metoda typu B (ang. type B evaluation of uncertainty).

**Jest to metoda obliczania niepewności sposobami
innymi niż analiza serii obserwacji.**

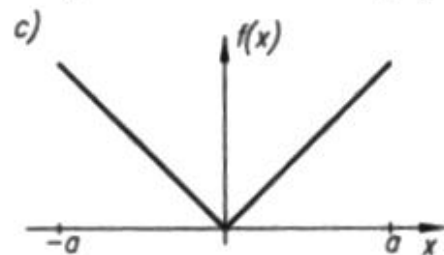
Postacie rozkładów wykorzystywane dla celów szacowania niepewności standardowej metodą B



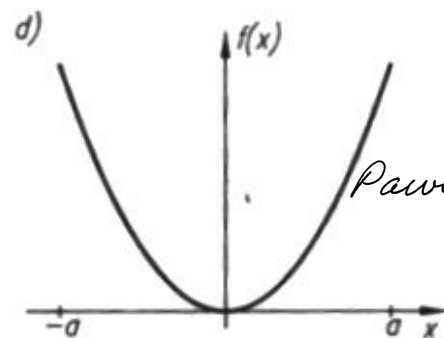
trójkątny; $k = \sqrt{6}$



Paweł Majda prostokątny (jednostajny); $k = \sqrt{3}$



antymodalny V; $k = \sqrt{2}$

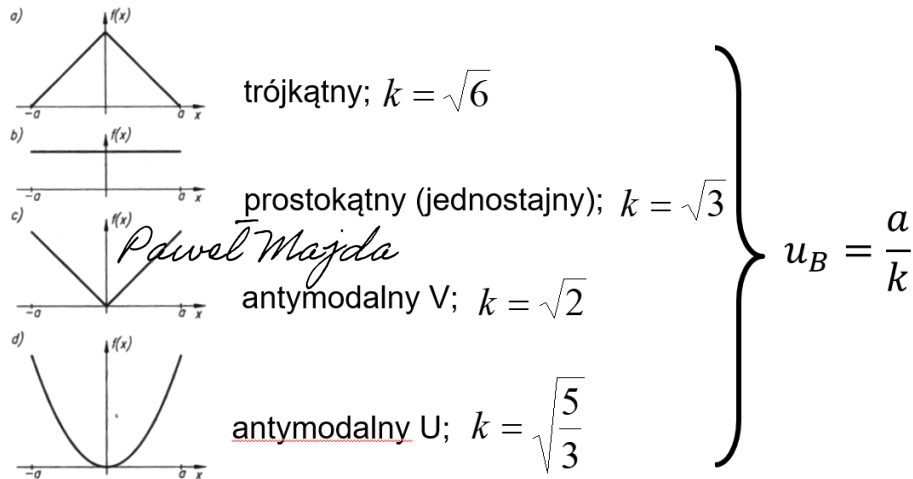


Paweł Majda antymodalny U; $k = \sqrt{\frac{5}{3}}$

niepewność
standardowa

$$u = \frac{a}{k}$$

Przykład szacowania niepewności standardowej metodą B



Dane producenta multimetru cyfrowego NI PXI-4071

$$MPE = \pm (20 \cdot RD + 2 \cdot FS + 0,6 \cdot FS) \cdot \text{ppm V}$$

RD – czyli wartość wielkości mierzonej

FS (ang. Full scale) – czyli zakres dla jakiego wykonano pomiar multimetrem

ppm – milionowa część całości

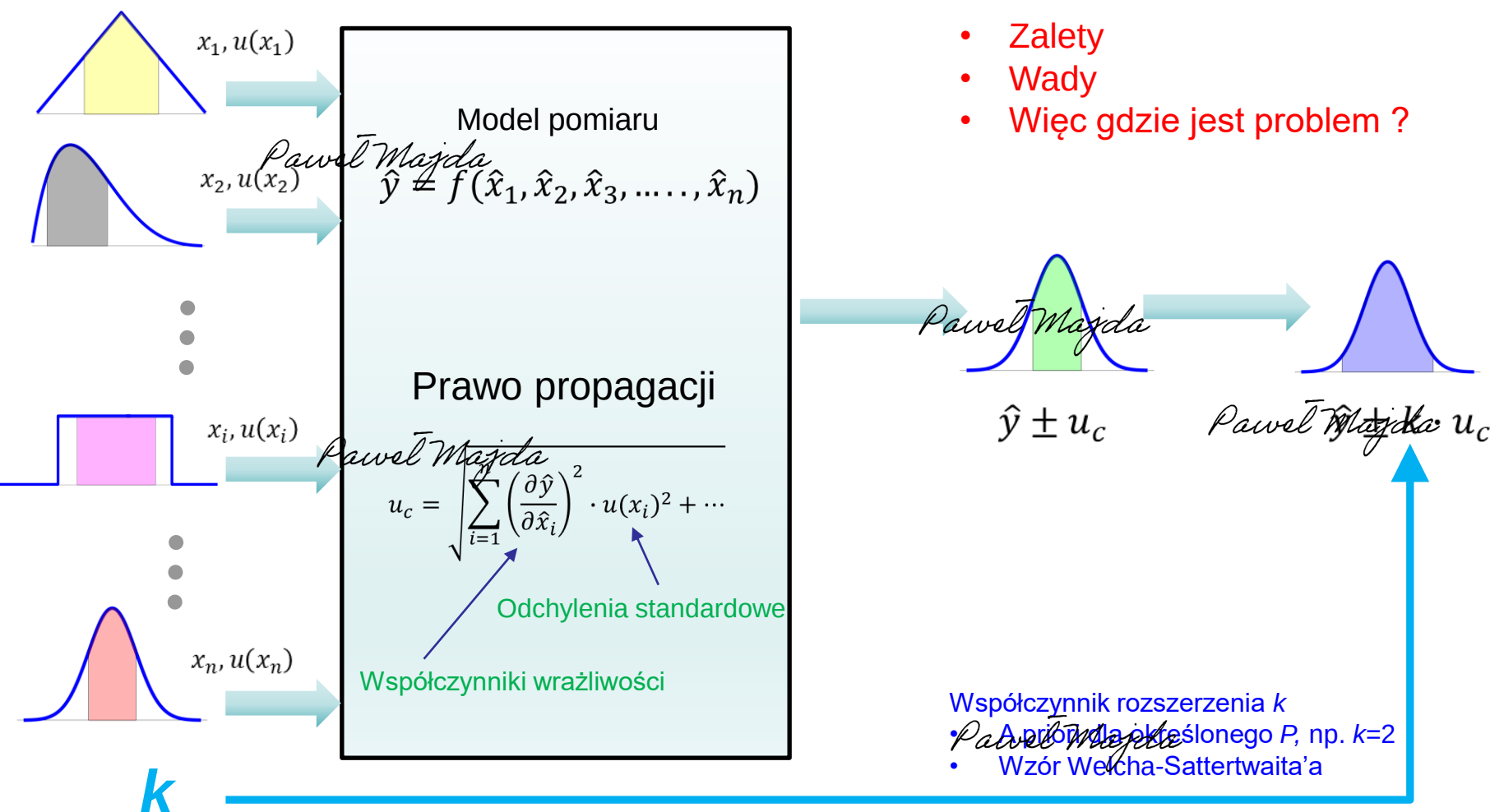
$$u_B = \frac{MPE}{\sqrt{3}}$$

Metody obliczania wartości liczbowej niepewności standardowej

Celem podziału metod obliczania niepewności na typ A i typ B jest wskazanie dwóch różnych sposobów obliczania składowych niepewności. Oba typy obliczenia są oparte na rozkładach prawdopodobieństwa i wykorzystuje się w nich pojęcie odchylenia standardowego. Niepewność standardowa typu A jest obliczana z funkcji gęstości prawdopodobieństwa otrzymanej przez eksperyment z obserwowanego rozkładu. Niepewność standardowa typu B korzysta z danych spoza obecnie wykonywanego pomiaru i jest wyznaczana na podstawie założonej funkcji gęstości prawdopodobieństwa, opartej na stopniu zaufania w to, że zajdzie analizowane zdarzenie.

- **Podział metod na typ A i typ B - po co ?**
- **Różnice**
- **Podobieństwa**

Propagacja niepewności – klasyczna metodyka GUM

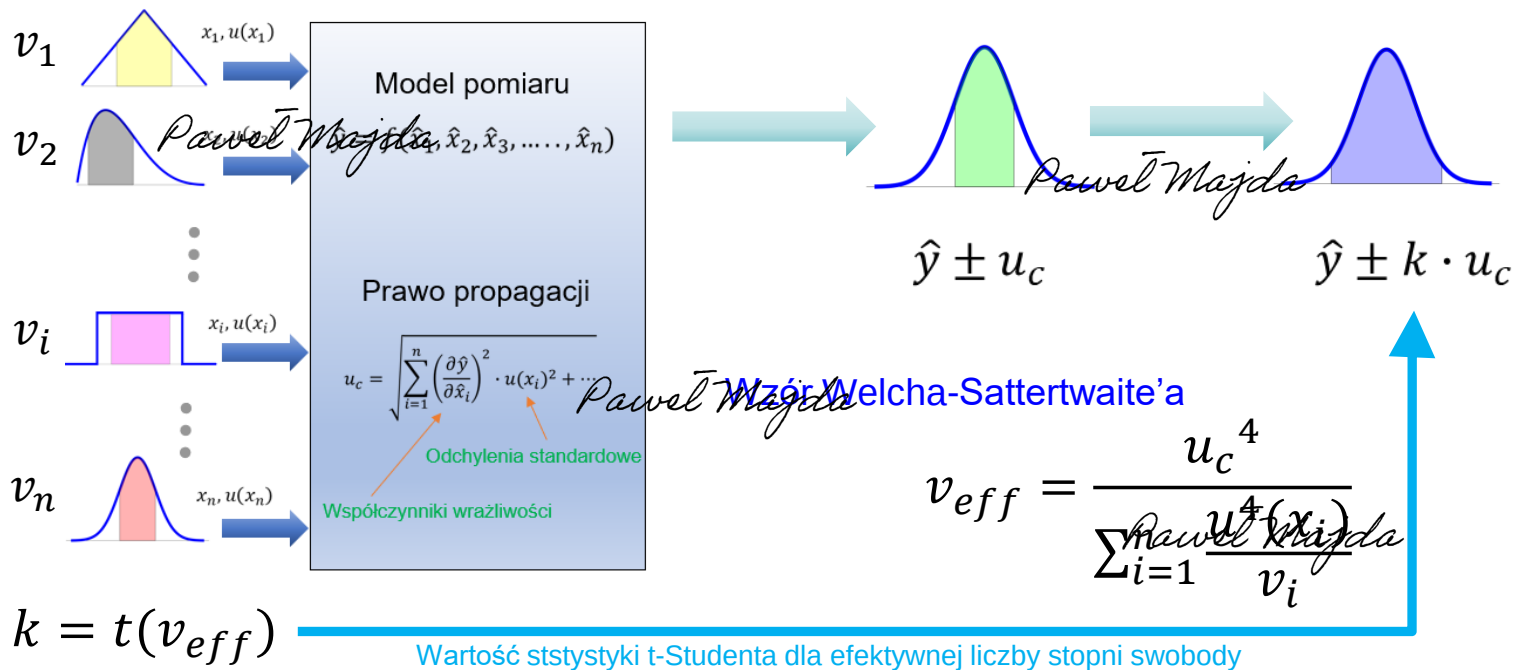


$x_i = x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, \dots, x_{ij}$ – seria wyników pomiarów lub wartość pozyskana z innych źródeł

W ogólnym przypadku x_i oraz x_j mogą być ze sobą skorelowane

$u(x_i) = \sigma$ – wyznaczone metodą typu A lub metodą typu B

Propagacja niepewności – efektywna liczba stopni swobody

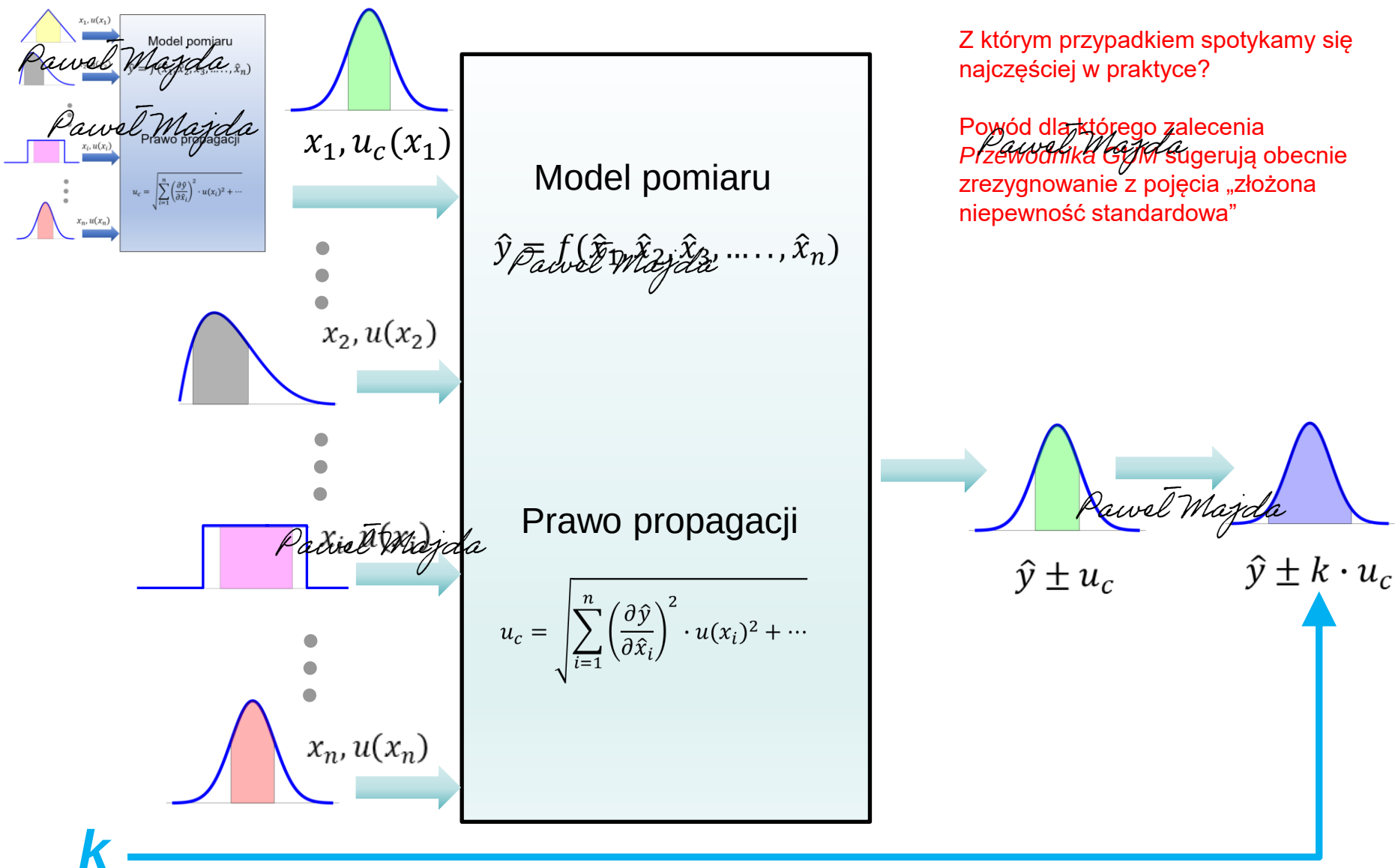


$v_i \rightarrow \infty$ Dla rozkładu normalnego

$v_i \rightarrow n - 1$ Dla znanej liczby pomiarów, czyli niepewności szacowanej metodą A

$v_i \approx \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\Delta u(x_i)}{u(x_i)} \right)^2$ Dla niepewności standardowej szacowanej metodą typu B

Wielopoziomowość modelu pomiaru - problem złożonej niepewności standardowej



Źródła błędów pomiaru



Źródła niepewności pomiaru – MPE (Maximum permissible error)

Formuła często spotykana dla przyrządów cyfrowych:

$$MPE_{Digit} = \pm(\% \cdot \text{wartosci odczytanej} + \% \cdot \text{zakresu pomiarowego})$$

Jeżeli przyrząd z wyświetlaczem czterocyfrowym o zakresie 60 V wskaże 0,684 V, a jego *MPE* jest opisany jako $\pm(0,3+0,02) \%$ to bezwzględna wartość *MPE* wyniesie: $\pm(0,3/100 \cdot 0,684 + 0,02/100 \cdot 60) \cdot 1000 = \pm 14 \text{ mV}$ a jego wartość względna $\pm 14/684 \cdot 100 = \pm 2 \%$. Ten przykład pokazuje, jak ważną rolę w przyrządzie cyfrowym odgrywa wykorzystanie wszystkich cyfr znaczących. Gdybyśmy bowiem w tym samym woltomierzu zmienili zakres pomiarowy do 1 V (jeżeli taki by istniał w tym przyrządzie) i otrzymali odczyt 684,0 mV to bezwzględna wartość *MPE* wyniosłaby: $\pm(0,3/100 \cdot 684,0 + 0,02/100 \cdot 1000) = \pm 2,6 \text{ mV}$ oraz wartość względna $\pm 2,6/684 \cdot 100 = \pm 0,38 \%$. Otrzymano w ten sposób bardzo istotne zmniejszenie przedziału niepewności pomiaru.

Klasa przyrządu jest wzajemnie przeliczana z MPE (X_{max} – zakres pomiarowy)

$$\text{klasa} = \frac{MPE}{X_{max}} \cdot 100\%$$

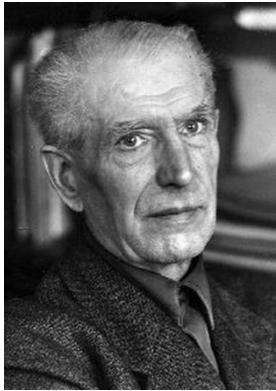
Najlepsze przyrządy pomiarowe cyfrowe, charakteryzują się bardzo małymi wartościami *MPE* – nawet poniżej 0,00005 %. Stosowanie wówczas opisów procentowych jest niepraktyczne i dlatego stosuje się zapis postaci ppm (ang. parts per million) co oznacza jedną część z miliona. Zapis równoważny, dla procentowego zapisu powyżej, wyglądałby wówczas następująco 0,5 ppm.

$$MPE_{Dryft} = \pm \left(\frac{\% \cdot \text{wartosci odczytanej}}{^{\circ}C} + \frac{\% \cdot \text{zakresu pomiarowego}}{^{\circ}C} \right)$$

suma błędu względnego wartości odczytanej i błędu względnego wartości zakresu pomiarowego przyrządu odniesionych do zmiany temperatury otoczenia o jeden stopień.

Złota zasada metrologii

Paweł Majda



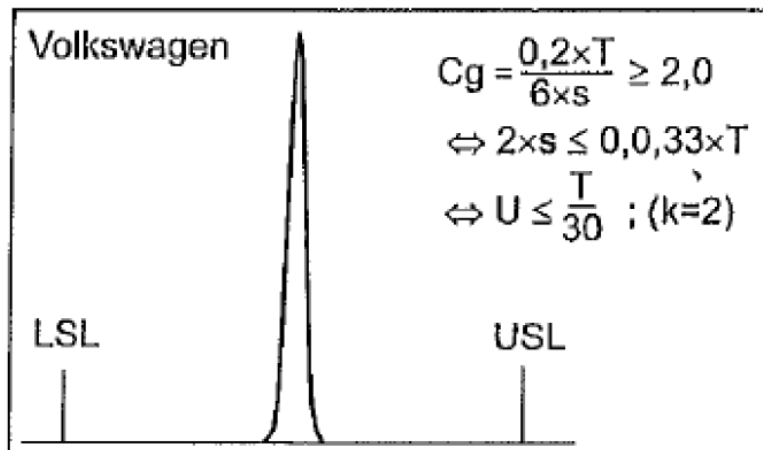
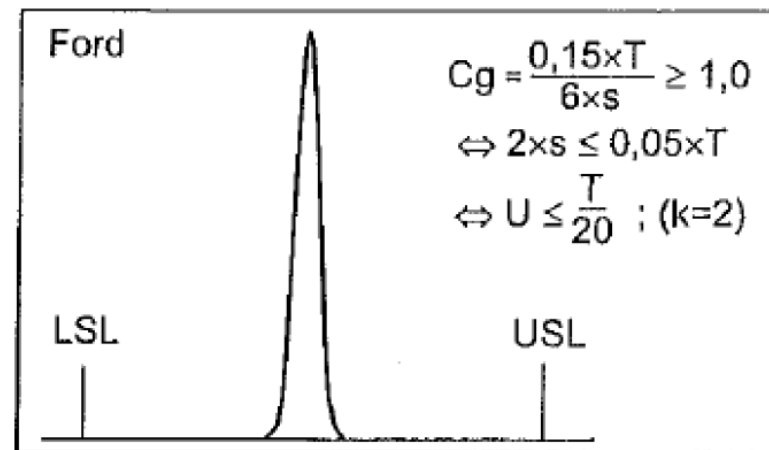
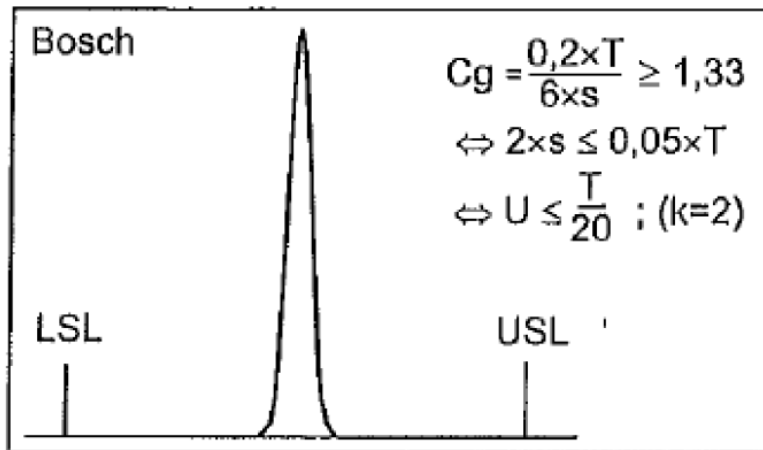
„Złota zasadę precyzyjnego pomiaru” sformułował Georg Wilhelm Berndt. Stwierdza, że „**niepewność pomiaru podczas sprawdzania tolerancji T powinna wynosić tylko jedną dziesiątą do jednej piątej T**”. Berndt ustanowił tę zasadę jako praktyczną regułę w latach dwudziestych XX wieku i ostatecznie poparł ją naukowo w eseju z 1968 r. *Functional Tolerance and Measurement Uncertainty*

Dobór przyrządu pomiarowego uzależniony jest od szerokości pola tolerancji. Jeśli tolerancja jest bardzo duża, wystarczy bardzo proste urządzenie pomiarowe. Jeśli tolerancja jest bardzo wąska, należy to odpowiednio uwzględnić przy doborze sprzętu pomiarowego (a współcześnie powiemy metody pomiaru a nie tylko sprzętu). Złota zasada pomaga w tym momencie w doborze odpowiedniego urządzenia pomiarowego. Szerokość pola tolerancji jest dzielona przez 10 i wybierane jest urządzenie pomiarowe, którego niepewność pomiaru jest nieco mniejsza od wartości obliczonej.

Jeżeli nie zostanie znaleziony przyrząd pomiarowy spełniający warunek złotej zasady, należy przedstawić dowód przydatności czyli walidację metody (np. analiza zdolności systemu pomiarowego tzw. MSA lub analiza niepewności pomiaru), który wykaże przydatność metody i/lub przyrządu pomiarowego do prawidłowego wykonania zadania pomiarowego.

Georg Wilhelm Berndt (ur. 22 kwietnia 1880 w Grabowie ; † 2 lipca 1972 w Dreźnie) był niemieckim metrologiem , fizykiem i wykładowcą uniwersyteckim . Georg Berndt był synem mistrza ślusarskiego. Uczęszczał najpierw do szkoły powszechnej, a następnie w latach 1886-1898 do Gimnazjum Realnego im. Schillera w Szczecinie . Następnie studiował matematykę i fizykę na Uniwersytecie w Halle . W 1901 ukończył studia doktoratem i egzaminem na wyższe stanowisko nauczycielskie . Dwa lata później zakwalifikował się jako fizyk na Uniwersytecie Wrocławskim z pismem *Przyczynki do wiedzy o widmach gazów* . W 1904 został wykładowcą fizyki na Friedrichs-Polytechnikum w Köthen . W 1909 został profesorem des Physikalischen Instituts des *National Institute of Secondary Teachers* w Buenos Aires .

Współczesne wymagania dla systemów pomiarowych

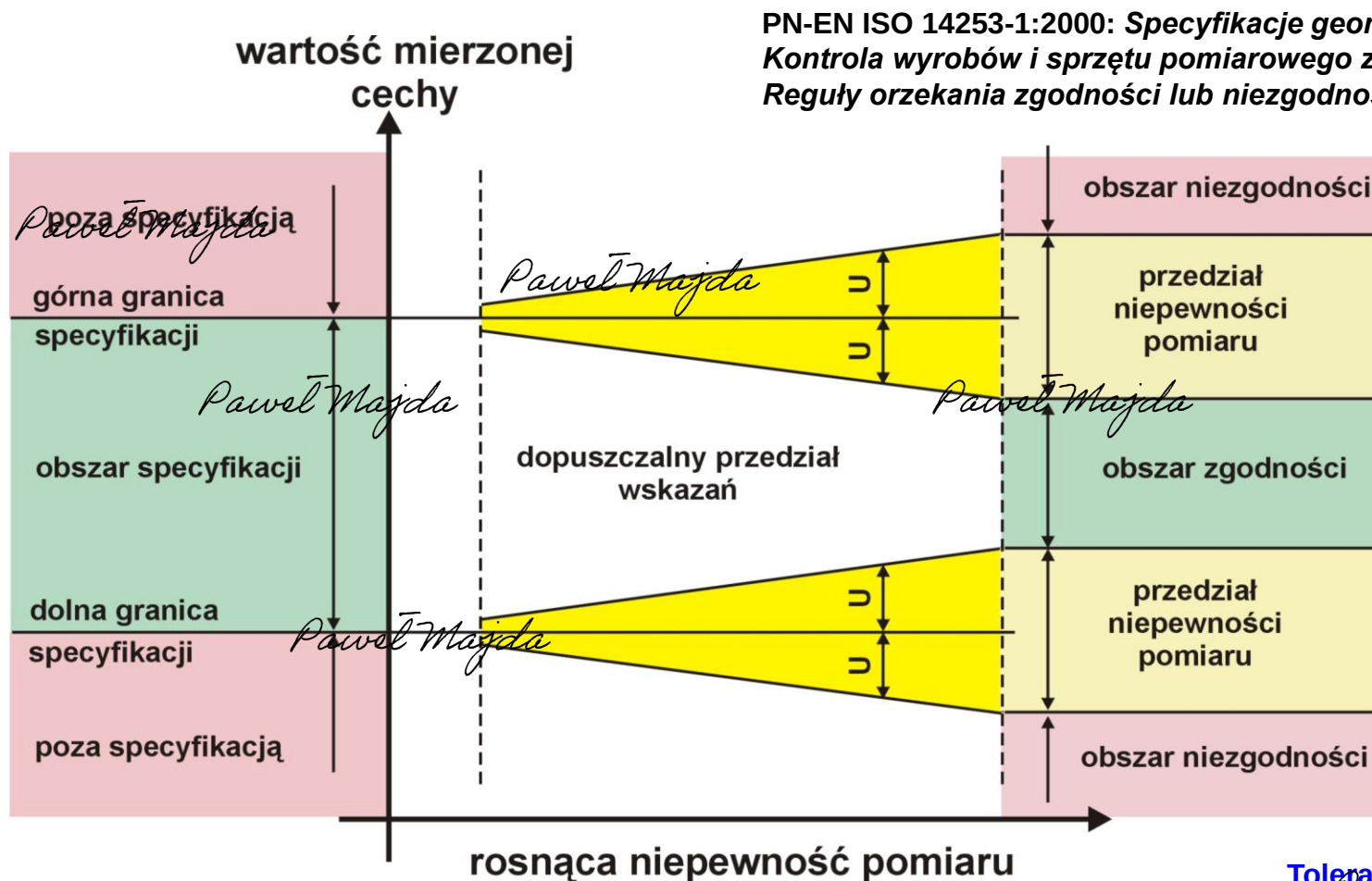


T: szerokość przedziału tolerancji
LSL: dolna granica specyfikacji
USL: górna granica specyfikacji
s: odchylenie standardowe powtarzanych pomiarów jednego wyrobu
U: niepewność pomiaru
k: współczynnik
— rozkład wyników pomiaru

Rys. źródło: Zbigniew Humienny i inni, Specyfikacje geometrii wyrobów (GPS), WNT, 2024

Konsekwencje niepewności podczas oceny wyników pomiaru.

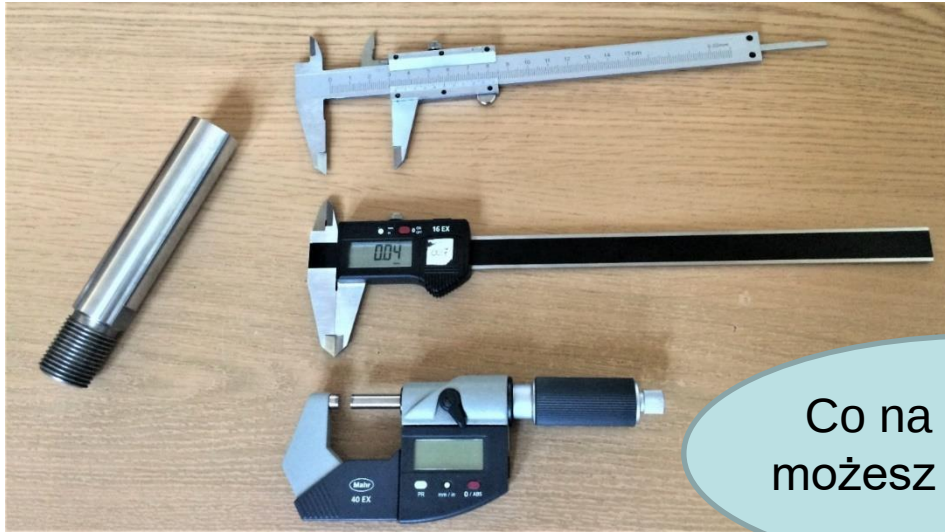
Przedział niepewności zmniejsza obszar zgodności oraz niezgodności oraz zawęża przedział tolerancji wykonawczych.



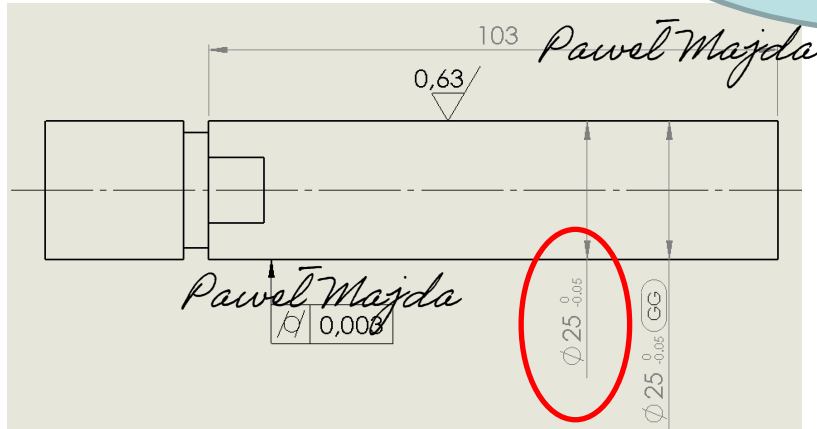
Tolerancja Konstrukcyjna?
Tolerancja wykonawcza?

Szacowanie niepewności pomiarów dla typowych zadań metrologii wielkości geometrycznych

Czym zmierzyć , jak analizować serię wyników pomiarów?



Co na tym etapie
możesz stwierdzić ?



Mierzono wielokrotnie w trzech przekrojach osiowych oraz w 5-8 położeniach kątowych w jednym przekroju osiowym. Jako wynik przyjęto średnią ze wszystkich pomiarów.

Przyrząd	Suwmiarka	Suwmiarka elektroniczna	Mikrometr elektroniczny
Rozdzielczość mm	0.02	0.01	0.001
MPE mm	$\pm(0.02 - 0.1)$	± 0.02 mm dla $L < 100$	± 0.004
	24.98	24.97	24.984
	24.98	24.98	24.960
	24.98	24.96	24.965
	24.98	24.97	24.963
	24.98	24.98	24.967
	24.98	24.97	24.964
	24.98	24.97	24.961
	24.98	24.97	24.966
	24.98	24.97	24.966
	24.98	24.98	24.961
		24.97	24.961
		24.97	24.960
		24.97	24.964
		24.97	24.960
		24.96	24.961
		24.97	24.965
		24.97	24.965
		24.97	24.965
		24.98	24.960
		24.97	24.960
		24.97	24.961
		24.97	24.964
		24.97	24.962
Liczba pomiarów	10	24	24
Średnia	24.980	24.971	24.964
Rozstęp	0.00	0.02	0.024
Odchylenie standardowe	0.0000	0.0050	0.0049
Odchylenie standardowe średniej	0.0000	0.0010	0.0010

Czy zmierzone średnice różnią się od siebie ?

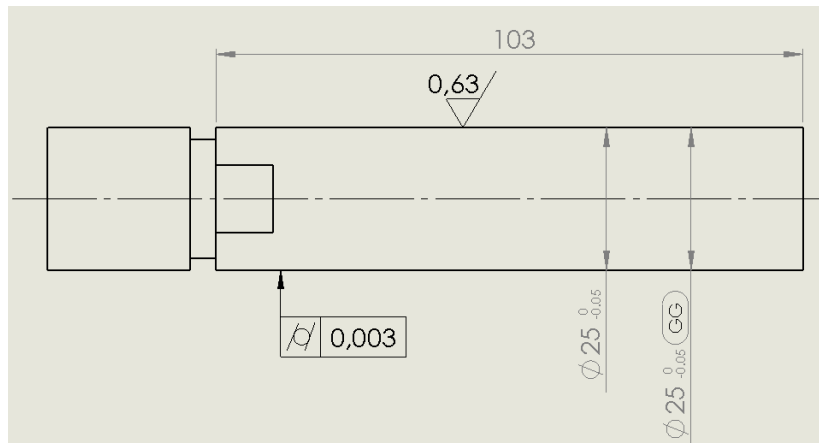
Czy zmierzone średnice są zawarte w polu tolerancji ?

Czy dokładność przyrządu jest wystarczająca do tego zastosowania ?

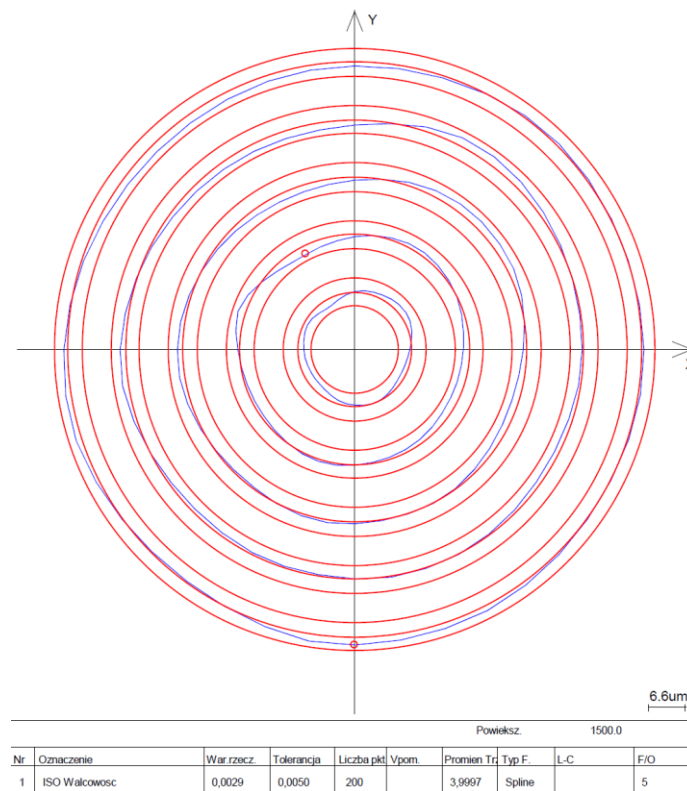
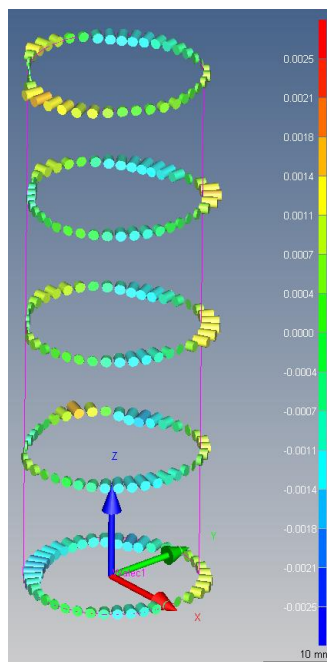
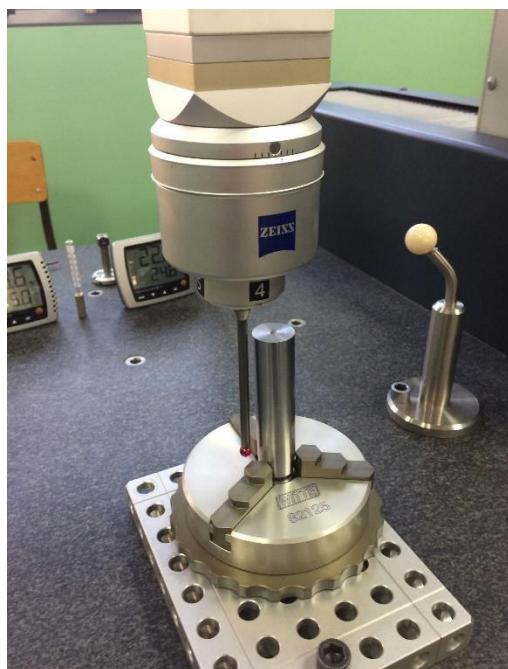
Błędy metody czy dokładność przyrządu ?

Co zrobić by zasadniczo poprawić dokładność pomiaru ?

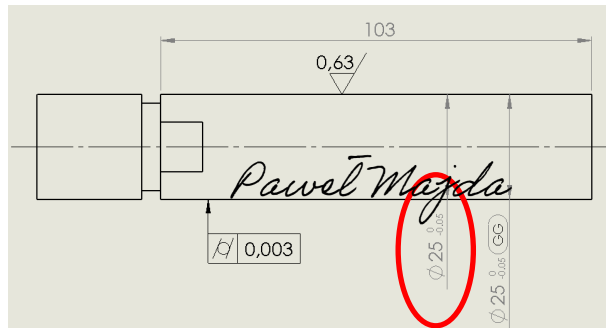
A może zmierzyć z użyciem WMP ? Wady i zalety takiego pomiaru.



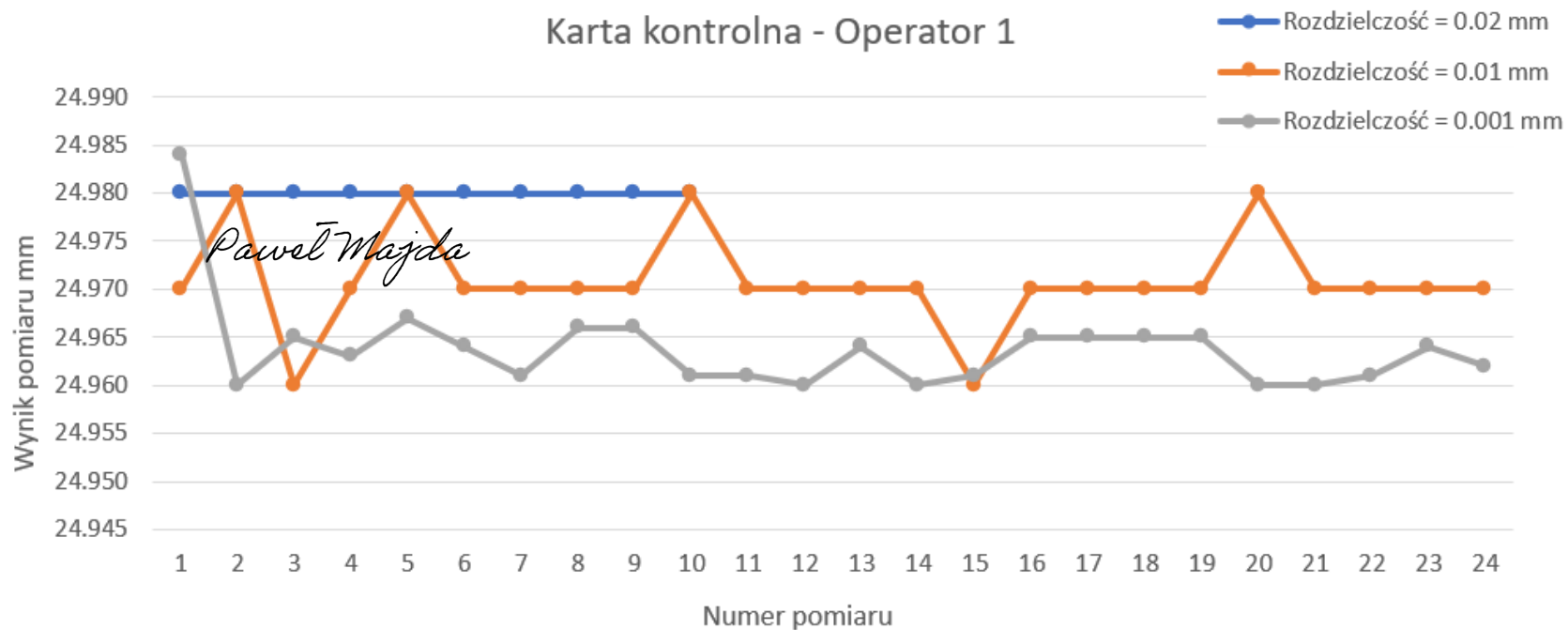
	Srednica GG	24.9713	25.0000	0.0000	-0.0500	-0.0287
	Srednica 2-Punktowa^Min	24.9696	25.0000	0.0000	-0.0500	-0.0304
	Srednica 2-Punktowa^Max	24.9730	25.0000	0.0000	-0.0500	-0.0270
	ISO Walcowosc	0.0029	0.0000	0.0050	---	0.0029



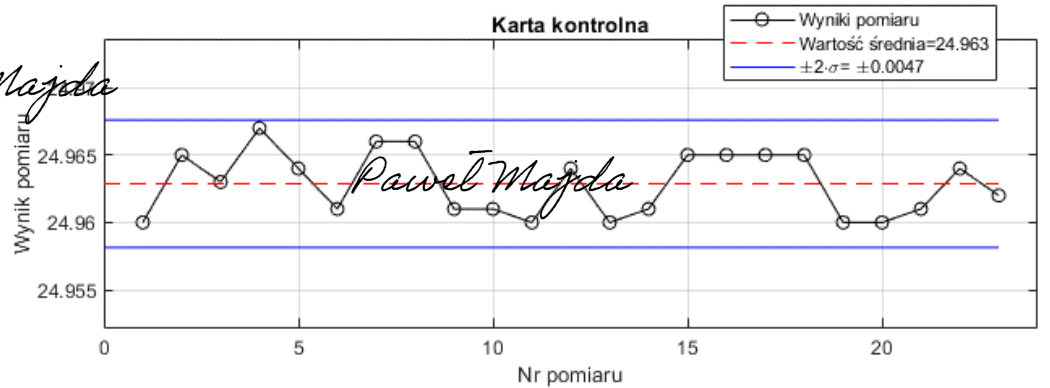
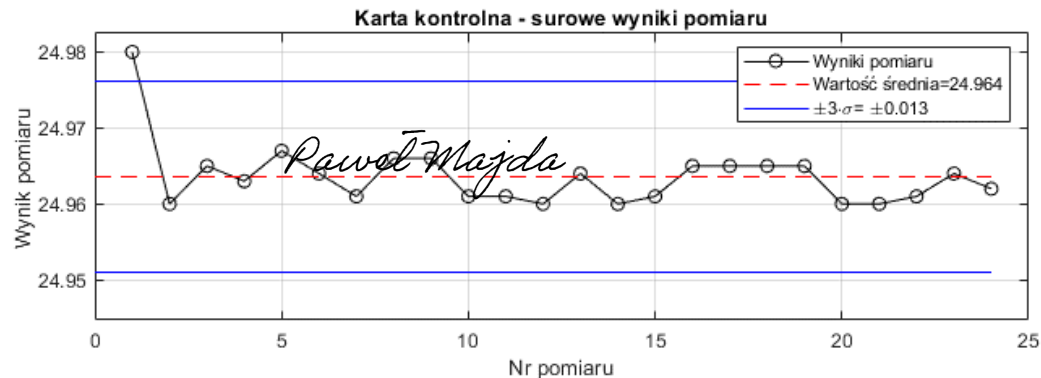
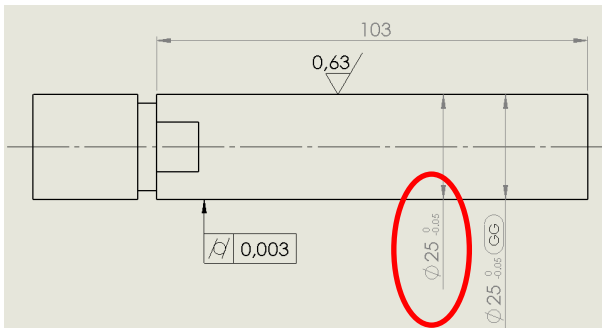
Karta kontrolna



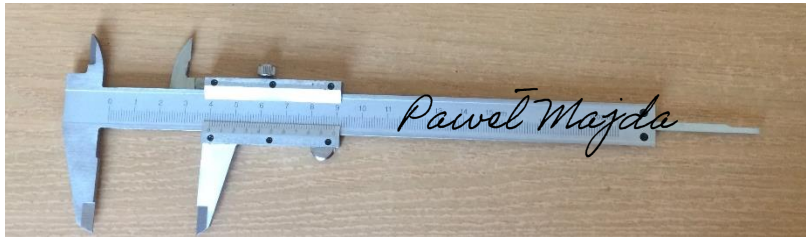
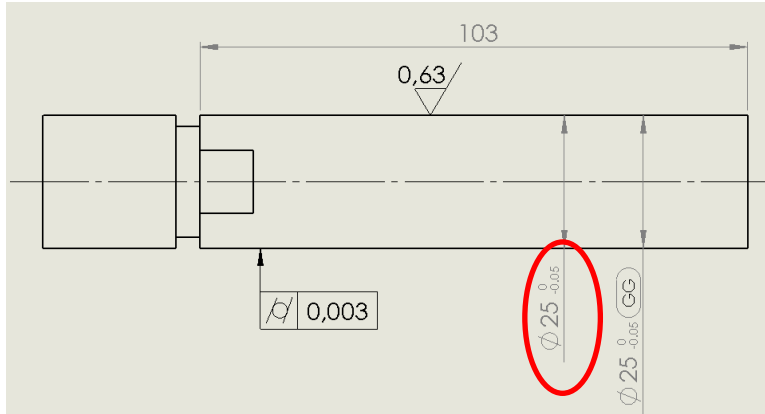
Karta kontrolna - Operator 1



Karta kontrolna



Analiza pomiaru średnicy wałka suwmiarką



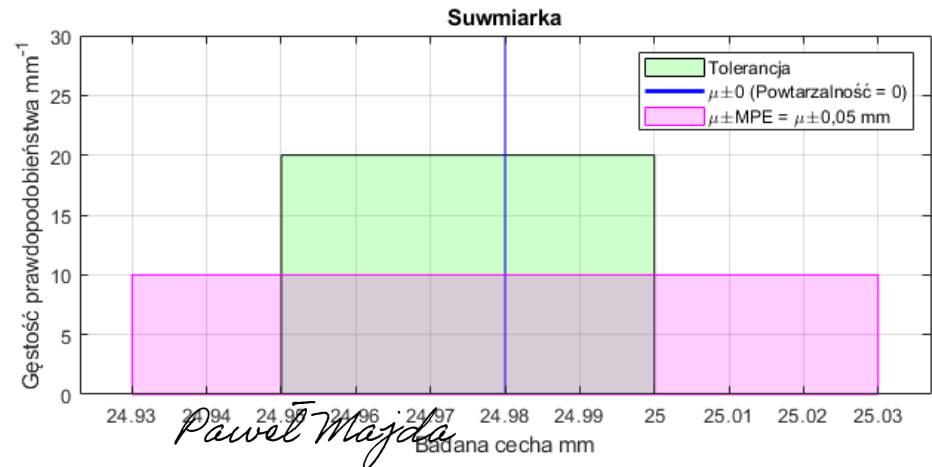
Rozdzielczość 0,02 mm

MPE = $\pm 0,05$ mm (po potwierdzeniu spójności pomiarowej)

Mierzono wielokrotnie w trzech przekrojach osiowych oraz w 5-8 położeniach kątowych w jednym przekroju osiowym. Jako wynik przyjęto średnią ze wszystkich pomiarów.

Nie stosowano filtracji wyników

Dla $\Delta T = \pm 5^\circ\text{C}$, $\Delta \alpha = 3 \times 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$ poprawka temperaturowa wynosi $\pm 3,8 \mu\text{m}$ a jej niepewność (dla $U(T) = \pm 0,1^\circ\text{C}$, $U(\alpha) = 1 \times 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$ przy $k=2$) wynosi $U = \pm 1,3 \mu\text{m}$ dla $k=2$. Dlatego efekty te pominięto w analizie jako nieistotne



Czy zmierzona średnica jest zawarta w polu tolerancji ?

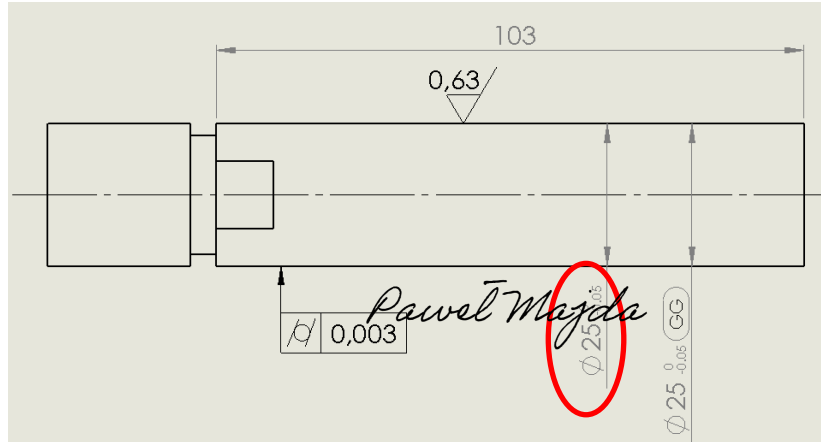
Czy dokładność przyrządu jest wystarczająca do tego zastosowania ?

Błędy metody czy dokładność przyrządu ?

Czy można zastosować ten pomiar do obserwacji zmian procesu produkcyjnego ?

Co zrobić by zasadniczo poprawić dokładność tego pomiaru ?

Analiza pomiaru średnicy wałka suwmiarką elektroniczną

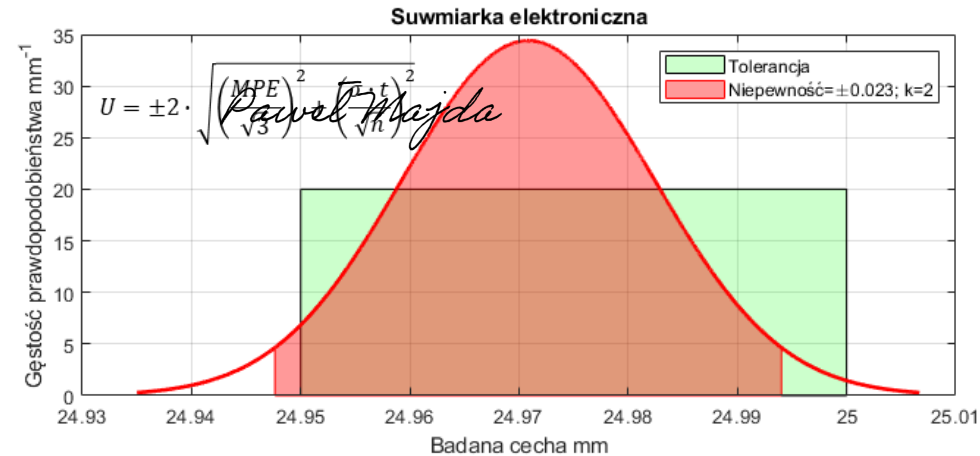
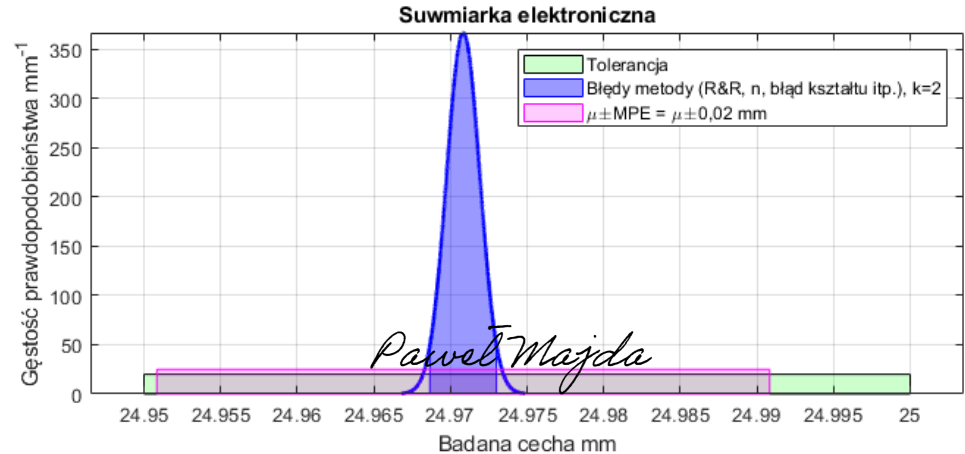


Rozdzielczość 0,01 mm
MPE = $\pm 0,02$ mm dla $L < 100$ mm

Mierzono wielokrotnie w trzech przekrojach osiowych oraz w 5-8 położeniach kątowych w jednym przekroju osiowym. Jako wynik przyjęto średnią ze wszystkich pomiarów.

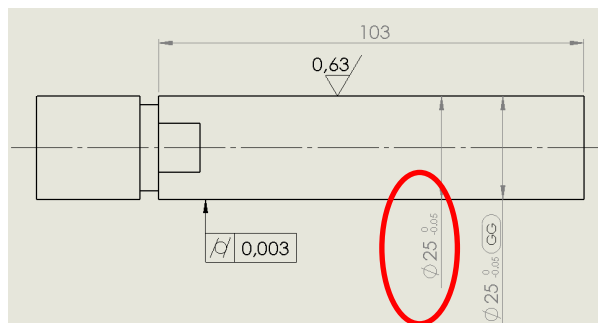
Nie stosowano filtracji wyników

Dla $\Delta T = \pm 5^\circ\text{C}$, $\Delta \alpha = 3 \cdot 10^{-6} \text{ } 1/^\circ\text{C}$ poprawka temperaturowa wynosi $\pm 3,8 \text{ } \mu\text{m}$ a jej niepewność (dla $U(T) = \pm 0,1^\circ\text{C}$, $U(\alpha) = 1 \cdot 10^{-6} \text{ } 1/^\circ\text{C}$ przy $k=2$) wynosi $U = \pm 1,3 \text{ } \mu\text{m}$ dla $k=2$. Dlatego efekty te pominięto w analizie jako nieistotne



Czy zmierzona średnica jest zawarta w polu tolerancji ?
Czy dokładność przyrządu jest wystarczająca do tego zastosowania ?
Błędy metody czy dokładność przyrządu ?
Czy można zastosować ten pomiar do obserwacji zmian procesu produkcyjnego ?
Co zrobić by zasadniczo poprawić dokładność tego pomiaru ?

Analiza pomiaru średnicy wałka mikrometrem

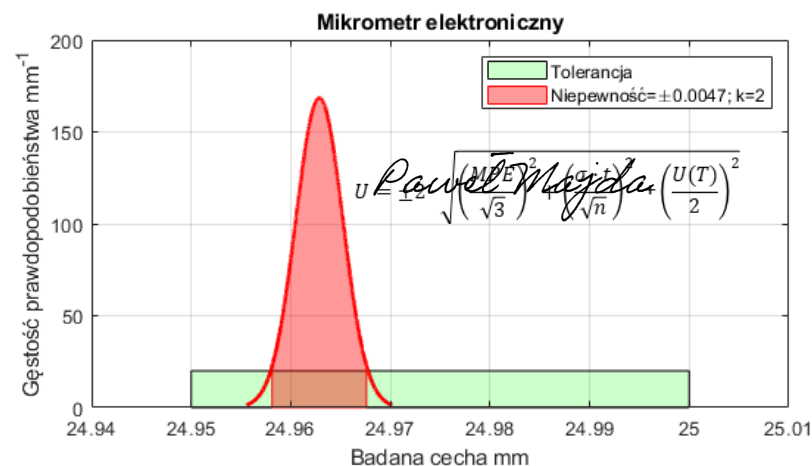
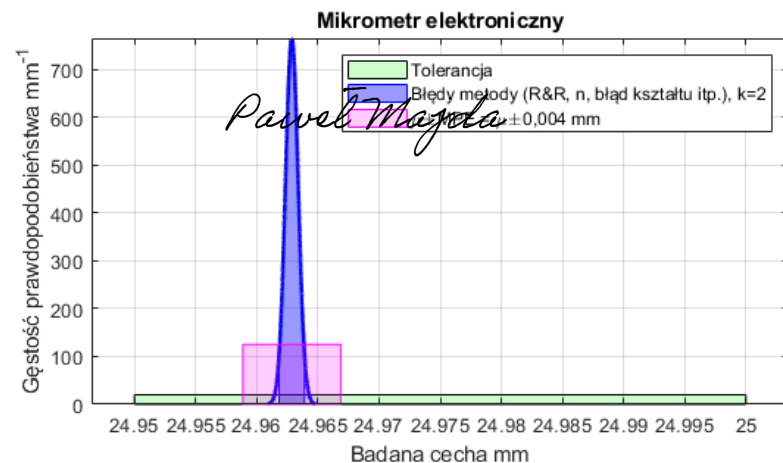


Rozdzielczość 0,001 mm
MPE = $\pm 0,004$ mm w zakresie do 25 mm

Mierzono wielokrotnie w trzech przekrojach osiowych oraz w 5-8 położeniach kątowych w jednym przekroju osiowym. Jako wynik przyjęto średnią ze wszystkich pomiarów.

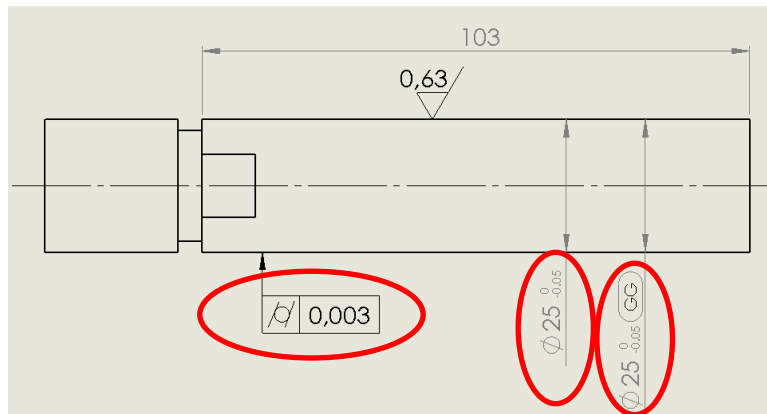
Zastosowano filtrację przez odrzucanie wyników obarczonych błędem nadmiernym – test 3σ .

Dla $\Delta T = \pm 5^\circ\text{C}$, $\Delta \alpha = 3 \cdot 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$ poprawka temperaturowa wynosi $\pm 3,8 \text{ }\mu\text{m}$ a jej niepewność (dla $U(\text{Term}) = \pm 0,1^\circ\text{C}$, $U(\alpha) = 1 \cdot 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$ przy $k=2$) wynosi $U(T) = \pm 1,3 \text{ }\mu\text{m}$ dla $k=2$. Dlatego efekty te uwzględniono w analizie.



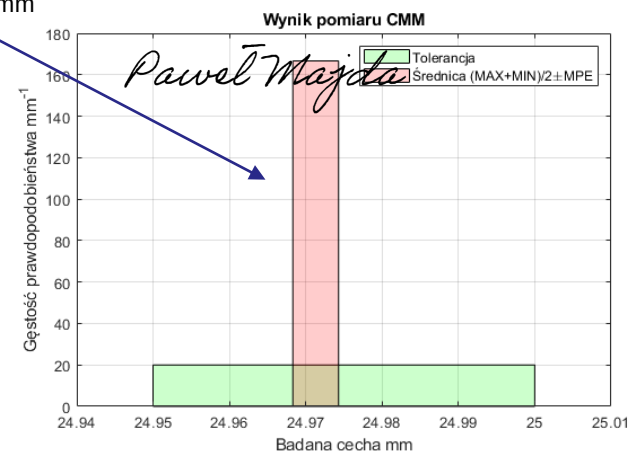
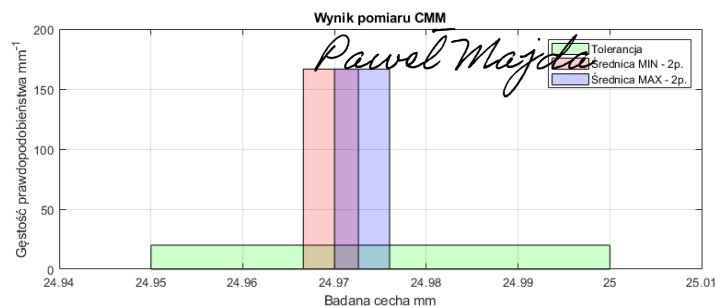
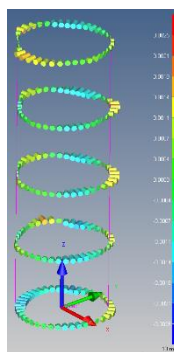
Czy zmierzona średnica jest zawarta w polu tolerancji ?
Czy dokładność przyrządu jest wystarczająca do tego zastosowania ?
Błędy metody czy dokładność przyrządu ?
Czy można zastosować ten pomiar do obserwacji zmian procesu produkcyjnego ?
Co zrobić by zasadniczo poprawić dokładność tego pomiaru ?

Analiza pomiaru średnicy wałka CMM



	Srednica GG	24.9713	25.0000	0.0000	-0.0500	-0.0287
	Srednica 2-Punktowa*Min	24.9696	25.0000	0.0000	-0.0500	-0.0304
	Srednica 2-Punktowa*Max	24.9730	25.0000	0.0000	-0.0500	-0.0270
	ISO Walcowosc	0.0029	0.0000	0.0050		0.0029

By można było porównać te wyniki z wynikami pomiaru suwmiarką, suwmiarką elektroniczną i mikrometrem należałoby uśrednić średnicę Max i Min 2-punktową dla zachowania zgodności metody jej obliczania czyli:
 $(24,9696 + 24,9713) / 2 = 24,9713 \text{ mm}$



$$\text{MPE} = \pm(2,9 + L/250) \mu\text{m}$$

Mierzono wielokrotnie w 5 przekrojach osiowych oraz w 40 punktach na obwodzie każdego przekroju osiowego.

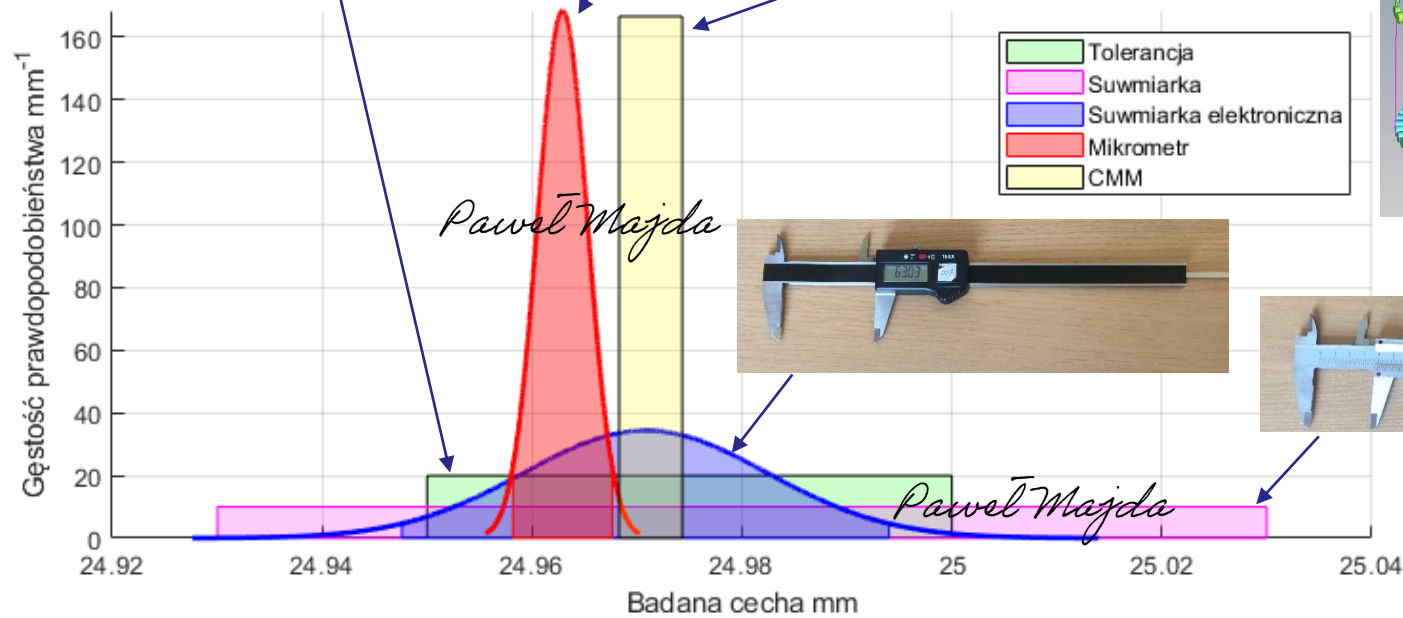
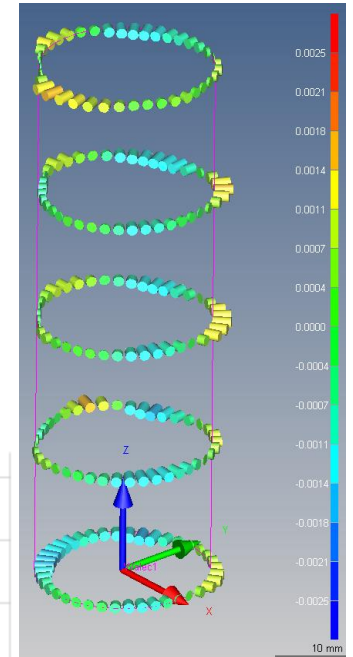
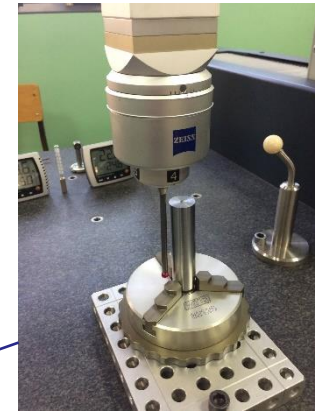
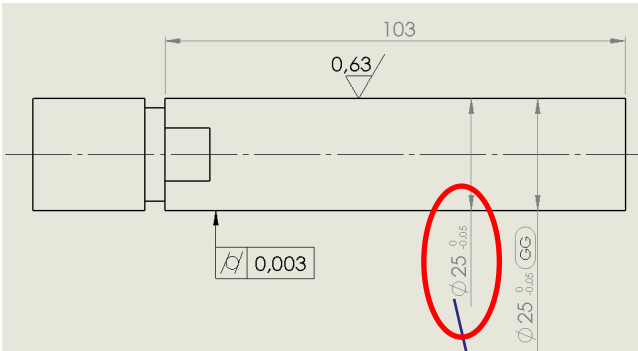
Zakłada się, że nie popełniono błędów nadmiernych, które mogłyby mieć istotny wpływ na odtwarzalność wyników (np. mocowanie przedmiotu, kwalifikacja trzpienia,)

Nie stosowano filtracji wyników

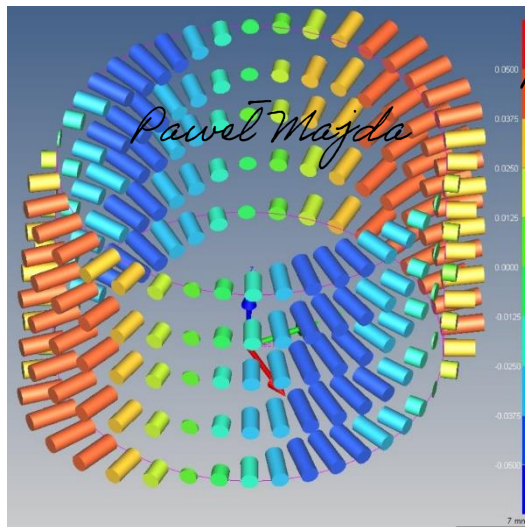
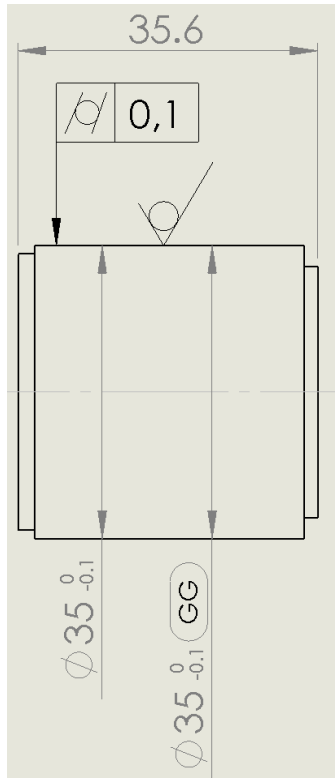
MPE zawiera niepewność szacowania poprawki temperaturowej, oraz błędów własnych systemu pomiarowego

Czy zmierzona średnica jest zawarta w polu tolerancji ?
Czy dokładność przyrządu jest wystarczająca do tego zastosowania ?
Błędy metody czy dokładność przyrządu
Czy można zastosować ten pomiar do obserwacji zmian procesu produkcyjnego ?
Co zrobić by zasadniczo poprawić dokładność tego pomiaru ?

Porównanie różnych metod pomiaru



A co jeśli wałek nie jest okrągły ?



	Srednica GG	35.0820	35.0000	0.0000	-0.1000	0.0820 0.0820
	Srednica 2-Punktowa^Min	34.9915	35.0000	0.0000	-0.1000	----- -0.0085
	Srednica 2-Punktowa^Max	35.1669	35.0000	0.0000	-0.1000	0.1669 0.1669
	ISO Walcowosc	0.0903	0.0000	0.1000	-----	0.0903

Pytania kontrolne:

- Zmienna losowa
- Estymator *Paweł Majda*
- Rozkład prawdopodobieństwa
- Co to jest wariancja?
- Co to jest odchylenie standardowe?
- W jaki sposób uzyskać informację o postaci rozkładu prawdopodobieństwa badanej cechy populacji (np. wyniku pomiaru)?
- Co jest miarą błędów przypadkowych?
- Czym różnią się znaczenia słów: odchylenie standardowe, odchylenie standardowe empiryczne, odchylenie standardowe średniej, średni błąd kwadratowy?
- Jak można sparafrazować w odniesieniu do pomiaru wielkości geometrycznych treść centralnego twierdzenia granicznego rachunku prawdopodobieństwa? *Paweł Majda*
- „Błędy się sumują” – co to znaczy i jak to rozumiesz?
- Zasady doboru przyrządu pomiarowego do zadania
- Orzekanie o zgodności ze specyfikacją wyrobu